

Mathematik Vorkurs Blatt 9

Dr. W. Schmid, cand. Inf. D. Jenz

Aufgabe 1) *Taylorentwicklungen*

Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Taylorreihe:

- a) $f(x) = 1 - x + 4x^3$
- b) $f(x) = \cos 3x$
- c) $f(x) = e^{x^3}$
- d) $f(x) = \ln(1 + x)$
- e) $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$
- f) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
- g) $f(x) = x \cdot \cos x$
- h) $f(x) = (1 - x) \cdot e^x$
- i) $f(x) = x^2 \cdot \ln(1 - x)$
- j) $f(x) = \sqrt{1 - x}$

Aufgabe 2) *Beweise von Formeln*

Zeigen Sie mittels Taylorreihenentwicklung, daß die folgenden Beziehungen gelten

- a) $(\sin(2x))' = 2 \cdot \cos(2x)$
- b) $\int \sin(2x) = -\frac{1}{2} \cos(2x)$
- c) $\ln(1 - x)^2 = 2 \cdot \ln(1 - x)$

Aufgabe 3) *Ungleichung*

Beweisen Sie mit Hilfe der Taylorsche Formel die Ungleichung

$$x + x^3/3 \leq \tan x \text{ für alle } x \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

Aufgabe 4) *Grenzwerte*

Berechnen Sie mittels einer Taylorreihenentwicklung folgende Grenzwerte

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$