

1 Sem

Schmid Aufgabe 1 (11 Punkte)

- a) (2 P) Lösen Sie die Gleichung $e^x + 1 = 2e^{-x}$ ohne Verwendung gerundeter Werte.
- b) (2 P) Lösen Sie die Gleichung $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln 12$ ohne Verwendung gerundeter Werte.
- c) (3 P) Gegeben sei die Funktion $f_2(x) = -x^3 - 7x^2 + 27x + 4$. Berechnen Sie $f_2(3)$ und $f'_2(3)$ mit Hilfe von Polynomdivision oder Horner Schema.
- d) (4 P) Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion $f_4(x) = x^3 + x + 1$ mit dem Newtonverfahren mit dem Startwert $x_0 = -1$ auf zwei Stellen genau. Geben Sie dabei auch ihre Zwischenergebnisse an. Zur Berechnung der Ableitung dürfen Sie das Horner Schema oder die Differenzialrechnung der Schule verwenden.

Schmid Aufgabe 2 (15 Punkte)

- a) Begründen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (5 P):

Es gibt gebrochenrationale Funktionen, die ihre waagrechte Asymptote schneiden.

Es gibt gebrochenrationale Funktionen, die ihre senkrechte Asymptote schneiden.

Zwischen zwei senkrechten Asymptoten mit Vorzeichenwechsel haben gebrochenrationale Funktionen immer eine Nullstelle.

Gebrochenrationale Funktionen der Form $y = \frac{x-c}{(x-a)(x-b)}$ haben immer die waagrechte Asymptote $y = 0$.

Gebrochenrationale Funktionen der Form $y = \frac{x-c}{(x-a)(x-b)}$ haben immer senkrechte Asymptoten mit Vorzeichenwechsel.

- b) (5 P) Gegeben sei $f_7(x) = \frac{\frac{x^4}{32} - x^2 + 8}{(x^2 - x - 12)^2}$. Wie lautet der maximale Definitionsbereich von $f_7(x)$? An welchen Stellen ist $f_7(x)$ stetig ergänzbar (= hebbare Lücke)? Wie lauten die Asymptoten von $f_7(x)$? Skizzieren Sie $f_7(x)$.

- c) (1 P) Wie viele Messergebnisse brauchen Sie mindestens, um die Funktionsgleichung eines beschränkten Wachstums eindeutig zu bestimmen?

- e) (2 P) Bei einer Messreihe, bei welcher Sie beschränktes Wachstum erwarten, erhalten Sie die Werte (0, 0), (1, 10) und (2, 15). Welche Schranke S hat das beschränkte Wachstum?

- f) (2 P) Gegeben sei die Funktion $f_{12}(x) = 50 - 50e^{-0.1x}$. Für welche x -Werte gilt $|f_{12}(x+1) - f_{12}(x)| < 0.1$?

1 Sem

Schmid Aufgabe 3 (14 Punkte)

In der folgenden Aufgabe sei n eine natürliche Zahl ≥ 1 .

a) (2 P) Sei A_1 eine invertierbare $n \times n$ Matrix. Zeigen Sie $\det(A_1^{-1}) = \frac{1}{\det(A_1)}$.

b) (4 P) Gegeben sei die Matrix

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 - \lambda & \lambda^2 & 5 & 5 - \lambda \\ 0 & \lambda & 5 & 4 - \lambda \\ 0 & 0 & \lambda^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 + \lambda & 3 - \lambda \end{pmatrix}.$$

Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist $\det(A_2) = 0$?

c) (3 P) Gegeben sei die Matrix

$$A_3 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

mit $\alpha \in [0, 2\pi]$. Ist diese Matrix orthogonal? Für welche Werte von α ist die Matrix nicht invertierbar?

e) (5 P) Gegeben seien die Matrizen A_4 und A_5

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad A_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A_4$, $\det A_5$ und $\det A_6$.

Bei allen Lösungen wird eine Begründung erwartet - nur richtige (oder falsche) Ergebnisse sind wertlos. Eine Begründung kann z.B. die Angabe einer Formel sein, die in der Vorlesung bewiesen (und in der Aufgabe nicht ausgeschlossen) wurde. Sinnvolle nicht zu Ende geführte Ansätze können bepunktet werden. Streichen Sie eine Lösung erst dann durch, wenn Sie dafür Ersatz haben. Wenn Sie nicht weiter kommen: Wechseln Sie die Aufgabe. Für jeden Punkt haben Sie rund 1 Minute Zeit.