Skript zur Vorlesung Testen von Hypothesen im September an der Uni Stuttgart

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,

im September dürfen Sie an einer echten Vorlesung an der Uni teilnehmen. Es besteht Anwesenheitspflicht. Sie beginnt am 11.+12.09.2019 jeweils um 8.00 Uhr im Hörsaal V38.01 (Informatikgebäude) bei S-Bahnhaltestelle Universität (Ausgang entgegen der Fahrtrichtung) und endet dort gegen 13.00 Uhr. Bitte bringen Sie dazu dieses Skript, einen Taschenrechner + Schreibzeug mit. Inhalt wird eine Wiederholung des Themas Binomialverteilung (Klasse 10) sowie das Testen von Hypothesen (Klasse 11) sein (Änderungen vorbehalten - bitte schauen Sie Anfang September nochmal ins Netz auf Sd.SLT.biz).

Die Veranstaltung ist gegliedert in einen Vorlesungsteil und in einen Übungsteil. Beim Vorlesungsteil wird der Stoff anhand einführender Aufgaben im fragend entwickelnden Unterrichtsstil entwickelt (bei Universitätsvorlesungen ist es in der Regel ein Lehrervortrag). In diesem Teil sollten Sie nur reden, wenn Sie gefragt sind. Die Hörsaalakustik verzeiht keine Störungen. Fragen sind aber willkommen + erlaubt. Im Übungsteil können Sie alleine oder mit Ihrem Nachbarn gemeinsam weitere Aufgaben lösen. Hier darf auch leise gesprochen werden. Sollten Sie den Vorlesungsteil mit dem Übungsteil verwechseln, werde ich Sie des Raumes verweisen. Sie halten sich dann bitte bis zum Ende der Veranstaltung (aus versicherungstechnischen Gründen) leise im Foyer auf. Den Stoff dürfen Sie dann eigenständig nachlernen, denn er ist abirelevant. Die Vorlesung ist eine Unterrichtsveranstaltung und deshalb ist die Nutzung von Handys untersagt.

Lösungshinweise zu den Aufgaben finden Sie nach der zweiten Vorlesung auf meiner Internetseite Sd.SLT.biz User Schueler - das Passwort wird in der Vorlesung bekannt gegeben. Generell ist der Gebrauch aller Lösungshinweise NICHT während der Veranstaltung gestattet. Auf meiner Internetseite finden Sie auch dieses Arbeitsmaterial, sowie eine genauere Wegbeschreibung.

Bitte nutzen Sie den Nachmittag zu einem Universitätsbesuch. Die Fachschaften (= studentische Vertretungen) sind meist gerne bereit, Sie zu beraten. In Vaihingen finden Sie vor allem die Fachschaften der technischen Studienrichtungen. Beispielsweise ist die Fachschaft Informatik die nchste Türe links im Raum 0.001.

Nun wünsche ich Ihnen viel mathematische Erkenntnis und Freude bei der Vorlesung.

Ihr *W. Schmid*

Übrigens: In der Schule endet die Veranstaltung mit dem 'Schulgong'; egal ob Sie etwas gearbeitet haben oder nicht. Diese Veranstaltung endet aber erst, wenn der geplante Stoff durchgenommen wurde, auch wenn dies bis in den Nachmittag hinein dauern sollte. Wenn Sie rechtzeitig heim möchten, sollten Sie also sozialen Druck auf die ausüben, die versuchen, die Veranstaltung zu stören. Der erste Tag endet bei Aufgabe 342/860; der zweite Tag bei Aufgabe 347/882.

13.3 Kombinatorik und Binomialverteilung (UE 10_2) — Sd Seite 11,12

Basisformeln: F 20, F 38.

13.3.1 Die Permutationsformel → 13.9.1 und 13.9.2 (+Kl. 11) — LS10: 133-135

818. $a_{e,Z}$) Bei einem FSG Mathe- Wettbewerb nehmen Andreas (D), Barbara (S) und Christian (J) teil. Geben Sie alle möglichen Reihenfolgen strukturiert an (Gleichstand ist ausgeschlossen).
$b_{e,Z}$) Wieviele mögliche Zieleinläufe gibt es, wenn Daniela (E) auch am Rennen teilnimmt (wenn Daniela (E) und Eberhard (W) an Wettbewerb teilnehmen)? **c_r) (V)** n Elemente können auf ___ Weisen angeordnet werden. Jede dieser Anordungen heißt _______________.

819. **(V)** Wir wollen alle möglichen Permutationen von 4 Personen {1,2,3,4} betrachten. Dies sind _____ = _____ Stück. Abbildung 332/205 zeigt drei Mal diese Permutationen.

ⓐ$_{e,Z}$) Jetzt soll sich unter den 4 Personen das Zwillingspaar Sven und Lars befinden, die wir nicht unterscheiden können. Überschreiben Sie im ersten 24er Block von Abbildung 205 alle Zweien mit einer '1'. Wieviele Permutationen gibt es in dieser Konstellation? Begründen Sie durch Gruppenbildung. Jede Permutation kommt g__________ _________ Mal vor.

1134 kann auf ___ = ____________________ Weisen permutiert (angeordnet) werden.

b$_{e,Z}$) Nun sollen sich ⟦die⟧ drei Drillinge ⟦Kit, Kirt und Kart⟧ unter den 4 Personen befinden. Überschreiben Sie im zweiten 24er Block von Abb 332/205 alle Zweien mit einer blauen '1' und alle Dreien mit einer grünen '1'. Bilden Sie wieder Gruppen und begründen Sie deren Größe.

1114 kann auf ___ = ____________________ Weisen permutiert werden.

c$_{e,g}$) Am Ende betrachten wir die Anzahl der Permutationen von 4 Personen mit ⟦den⟧ zwei Zwillingspaaren ⟦Alexandra (1) und Leonie (1) sowie Alexa (4) und Simon (4)⟧ . Überschreiben Sie im letzten Block die '2' mit einer '1' und die '3' mit einer '4'. Berechnen Sie wieder die Anzahl der Permutationen und strukturieren Sie die Ergebnisse aus a) und b) neu.

1144 kann auf ___ = ____________________ Weisen permutiert werden.

820. a$_e$) **(V)** Das Tupel 111233444 kann auf ____________________ Weisen angeordnet werden.

b$_r$) **(V)** $\underbrace{1,..,1}_{n_1}\ \underbrace{2,..,2}_{n_2}\ \underbrace{3,..,3}_{n_3}\ \underbrace{4,..,4}_{n_4}$ kann auf ____________________ Weisen angeordnet werden **(Formel 47)**.

c$_r$) Das Tupel $\overbrace{\underbrace{1,1,..,1}_{k}\underbrace{2,2,..,2}_{\_\_\_\_}}^{n}$ kann auf ____________ $=: \binom{n}{k}$ (sprich n 'über' k) Weisen angeordnet werden **(Formel 47)**. **(V)**

1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

1 2 3 4	2 1 3 4	3 1 2 4	4 1 2 3
1 2 4 3	2 1 4 3	3 1 4 2	4 1 3 2
1 3 2 4	2 3 1 4	3 2 1 4	4 2 1 3
1 3 4 2	2 3 4 1	3 2 4 1	4 2 3 1
1 4 2 3	2 4 1 3	3 4 1 2	4 3 1 2
1 4 3 2	2 4 3 1	3 4 2 1	4 3 2 1

Abb. 205 *Permutationen*

d$_1$) Berechnen Sie $\binom{5}{2}$, sowie $\binom{3}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$, $\binom{3}{3}$;

e$_e$) Wo haben Sie die Zahlenfolge 1 3 3 1 schon ein Mal gesehen?

f$_r$) $\binom{n}{k}$ steht im ____________ ____________ in Zeile ____ und ____________.

g$_e$) Wofür brauchen wir das Pascalsche Dreieck? h$_3$) Berechnen Sie $(a+b)^5$.

821. a$_1$) Wie wird das Pascalsche Dreieck in Klasse 5 gebildet?

b$_3$) Zeigen Sie $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} =$______; verallgemeinern und beweisen Sie.

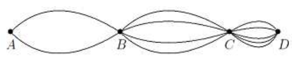
c$_3$) Formulieren und beweisen Sie die Symmetrie des Pascalschen Dreiecks.

822. Wie viele verschiedene Wörter lassen sich durch Umstellen der Buchstaben aus den Wörtern a$_1$) Mississippi, b$_1$) Stuttgart, $\boxed{\mathbf{c}_1}$) Abrakadabra bilden?

13.3.2 Aufgaben zur Kombinatorik

823. (KA$_G$) a$_1$) Frau Schmid hat 14 Kleider, 9 Hüte und 6 Paar Schuhe. Auf wie viele Arten kann sie sich kleiden, wenn sie ein Kleid, einen Hut und ein Paar Schuhe tragen will?
Tipp: R_________________ Sie zunächst das Problem auf ___ Kleider und ___ Hüte.

b$_1$) Wie viele Wege führen von A nach D?



c$_1$) Wie viele verschiedene Tippreihen gibt es bei der Elferwette beim Fußballtoto? (11 Tipps: jeweils Spiel unentschieden, verloren oder gewonnen)

d$_2$) Wie viele durch 4 teilbare vierstellige Zahlen gibt es?

e$_1$) An einem Pferderennen nehmen 20 Pferde teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Besetzung der ersten 3 Plätze (mBdA)? (Dreierwette)

f$_1$) Herr Schmid will seine 5 Kinder für ein Gruppenfoto in einer Reihe anordnen. Wie viele Möglichkeiten hat er?

$\boxed{\mathbf{g}_2}$) Wieviele Möglichkeiten gibt es, zwei aus den vier Kugeln A, B, C, D [k aus n] mit Zurücklegen mit Berücksichtigung der Anordnung zu ziehen?

$\boxed{\mathbf{h}_2}$) Wieviele Möglichkeiten gibt es, zwei aus den vier Kugeln A, B, C, D [k aus n] ohne Zurücklegen mit Berücksichtigung der Anordnung zu ziehen?

i$_2$) Wieviele Ururgroßeltern haben Sie? Wieviele Ururgroßeltern haben alle Ihre Ururgroßeltern (zusammen)?

j$_2$) (Problem des Monats 11 2016) Petra würfelt mit drei Würfeln. Danach schiebt sie die Würfel so nebeneinander, dass eine dreistellige Zahl hze entsteht. Dabei sollen die Ziffern aufsteigend geordnet sein, also $h \leq z \leq e$. Welche dreistelligen Zahlen, deren Quersumme genau 12 ergibt, kann Petra auf diese Weise würfeln? Wieviele verschiedene Zahlen kann Petra insgesamt würfeln?

824. (KA$_L$) **(V)** ⓐ$_e$) Wir ziehen Lotto 2 aus 5. i) Geben Sie mögliche Ziehungen an. ii) Welcher Ziehung entspricht GGNNN; NGNGN; NNGNG? iii) Jede Permutation von GGNNN erzeugt genau ____________ ____________ von diesem Lotto. Es hat also _____________ Ergebnisse.

b$_1$) Wie viele Möglichkeiten gibt es beim Lotto **i)** 3 aus 7, **ii)** 5 aus 15, **iii)** k aus n, **iv)** 6 aus 49?

ⓒ$_1$) In einem Raum gibt es 8 Lampen, die man jeweils an- und ausschalten kann. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass i$_1$) genau 5 Lampen brennen? ii$_2$) mindestens 5 Lampen brennen?

ⓓ$_2$) Auf wie viele Arten kann man aus 6 Frauen und 8 Männern einen Ausschuss aus 3 Frauen und 4 Männern bilden?

e$_1$) Elf Glasperlen (4 rote, 3 blaue, 2 gelbe, 2 weiße) werden aufgefädelt. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es?

f$_1$) Ein Zug besteht aus einer Lokomotive, fünf Kesselwagen, drei Tiefladewagen, vier Güterwagen, zwei Niederbordwagen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es, wenn die Lokomotive immer vorn ist?

g$_2$) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, acht Personen auf zwölf nummerierten Stühlen zu platzieren (es interessiert, wer auf welchem Platz sitzt)?

h$_2$) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, neun Männer in einem Hotel mit je einem 2-, 3- und 4-Bett-Zimmer unterzubringen?

i$_1$) Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Buchstaben des Wortes LEHRER anordnen?

j$_2$) Berechnen Sie die Anzahl der Möglichkeiten 12 Bilder unter 3 Personen so aufzuteilen, dass jede Person 4 Bilder erhält.

ⓚ$_2$) Auf wieviele Arten kann man 5 Hotelgäste in 10 Einzelzimmern unterbringen? a) Wenn nur interessiert, welche Betten belegt sind und b) wenn zusätzlich noch interessiert, welcher Gast das (belegte) Zimmer nutzt.

$\boxed{\mathbf{L}_2}$) Wieviele Möglichkeiten gibt es, zwei aus vier Kugeln [k aus n] oZ und oBdA zu ziehen?

m$_3$) Auf wieviele Weisen kann das Tupel 11222, (1122222, 1122233), angeordnet werden, wenn die zwei Einsen nebeneinander stehen sollen.

825. Vom Tag der Kominatorik: $(x_1, ..x_{10})$ sei ein 10 Tupel, wobei jedes x_i eine beliebige Ziffer $0, 1, ..9, a$ ($a \hat{=} 10$) ist. a$_1$) Wieviele Kombinationen sind möglich? Wieviele Kombinationen gibt es, wenn ... b$_1$) alle Ziffern verschieden sein sollen?
... c$_1$) die ersten drei Ziffern gleich sein sollen?
... d$_2$) die keine zwei gleiche Ziffern nebeneinander stehen sollen?
... e$_3$) genau drei Ziffern gerade sind und keine gerade Ziffern doppelt auftreten soll.
... f$_3$) höchstens zwei Ziffern sind durch 4 teilbar.
... g$_3$) genau zwei Ziffern gerade sind und diese sollen nicht nebeneinander liegen.

13.3.3 Vorübungen zur Binomialverteilung

829. (KA$_G$) a$_1$) Zwei Jäger schießen gleichzeitig und ohne sich zu beeinflussen auf denselben Hasen. Welche Überlebenschance hat der Hase, wenn Jäger$_1$ mit Wk 0.6 und Jäger$_2$ mit Wk 0.3 trifft?
ⓑ$_2$) **(V)** In einem Korb liegen 5 Äpfel; zwei davon sind wurmstichig (W). Dem Korb werden drei Äpfel (ohne Zurücklegen) entnommen. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der wurmstichigen Äpfel. Geben Sie eine Wkvert. von $\mathcal{X}$ an. Berechnen Sie den Erwartungswert $E(\mathcal{X})$.
c$_{2,Z}$) Die drei Triebwerke ⟦des Falke 2000 Motor Gliders vom einsamen Gockel⟧ haben Ausfallwahrscheinlichkeiten von 0.01, 0.02 und 0.03. Wie hoch ist das Absturzrisiko, wenn das Flugzeug auch mit zwei Triebwerken noch in der Luft bleibt?
d$_3$) (≈ Abi BY 2018) Sei $p = P(A)$, $P_A(B) = 0.6$ und $P_{\bar{A}}(B) = 0.2$. i) Bestimmen Sie den Wert von p so, dass das $P(B) = 0.3$ ist. ii) Welchen Wert kann $P(B)$ maximal annehmen?

e$_2$) ($\approx$ Abi BY 2017) In Urne A sind zwei blaue und zwei rote Kugeln, in Urne B zwei blaue und eine rote Kugel. Aus A wird zunächst eine Kugel zufällig entnommen und in B gelegt. Anschließend wird aus B eine Kugel zufällig entnommen. Mit welcher Wk ist diese Kugel rot?
f$_2$) ($\approx$ Abi BY 2015) Ein Glücksrad hat zwei Sektoren, die mit den Zahlen 5 bzw. 2 beschriftet sind; es sei $P(5) = p$. Das Glücksrad wird zwei Mal gedreht; sei $\mathcal{X}$ das Produkt der erdrehten Zahlen. Geben Sie eine Wkvert von $\mathcal{X}$ abh. von p an. Ber. Sie p, wenn $E(\mathcal{X}) = 16$ sein soll.

g$_4$) Eine Münze (Erg. W und Z) wird vier Mal geworfen. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der Wechsel von W und Z; Beispiele $\mathcal{X}(WZWW) = 2$, $\mathcal{X}(WZWZ) = 3$. Geben Sie eine Wkvert. von $\mathcal{X}$ und deren Erwartungswert $E(\mathcal{X})$ an.

830. Eine Münze (Ergebnisse W und Z) wird drei Mal geworfen. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der geworfenen W.
a$_1$) Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung von $\mathcal{X}$ an. **b$_1$)** Berechnen Sie $P(\mathcal{X} \leq 1)$ und $E(\mathcal{X})$.
c$_1$) Jetzt sei die Münze verbeult mit $P(W) = 0.6$. Geben Sie eine Wkvert. von $\mathcal{X}$ an (KA$_G$) .

831. (KA$_G$) Bei einer Schachpartie gewinnt Spieler A in jedem Spiel mit Wk 0.6 gegen Spieler B. Der Spieler, der als erster zwei Spiele gewonnen hat, hat auch die Partie gewonnen.
a$_1$) Berechnen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeiten einer Partie für Spieler A und für B.
b$_1$) Die Zufallsgröße $\mathcal{X}$ gebe die Zahl der Spiele an. Geben Sie eine Wkvert. von $\mathcal{X}$ an.

13.3.4 Einf. in die Binomialvert. → 13.9.3 +Kl.11 (GFS) LS10: 100-103

Die Binomialverteilung ist Grundlage für vieles, u.a. für den Seminarkurs Statistik (Stf[Str]/Sd).

Aufgabe 833 (d)$_r$) Gegeben sei eine Bernoullikette der Länge n mit Erfolgswahrscheinlichkeit p. Die Zufallsgröße $\mathcal{X}$ beschreibe die Anzahl der Erfolge, dann ist **(Formel 49)**

$$P(\mathcal{X} = k) = \underbrace{\qquad} \cdot \underbrace{\qquad\qquad} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}$$

(oder $P_{n,p}(\mathcal{X} = k)$)
Formel von Bernoulli: __________ __________ __________

e$_b$) Berechnen Sie die Wk mit einem idealen Würfel bei 10 Würfen genau drei Sechsen zu würfeln.

(V) Wichtige Bemerkung: Im Abitur muss die Lösung jeder Aufgabe, die eine Binomialverteilung enthält, die Worte $\mathcal{X}$ ist Anzahl der ..., $\mathcal{X}$ ist $B_{n,p}$ verteilt, Erfolg ist ... mit den entsprechenden Werten für n, p und Erfolg enthalten, auch wenn dies nicht gefragt ist. Außerdem sollten Sie jede Aufgabe durch einen Antwortsatz abschließen.

13.3.5 Ag zur Binomialverteilung (Tabellenwerke + binompdf) EM6: 35-36; LS11: 15

834. Ein idealer Würfel wird fünfmal geworfen. Geben Sie folgende Wahrscheinlichkeiten an:
a$_1$) genau eine Vier **b$_1$)** genau zwei Vieren $\boxed{\mathbf{c}_1}$) genau drei Vieren **d$_1$)** genau k Vieren
e$_1$) höchstens eine Vier **f$_1$)** höchstens drei Vieren **g$_2$)** mindestens zwei Vieren.

h$_3$) Erstellen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsgröße $\mathcal{X}$ = Anzahl der Vieren. Welchen Zusammenhang erkennen Sie zu Abb. 209.

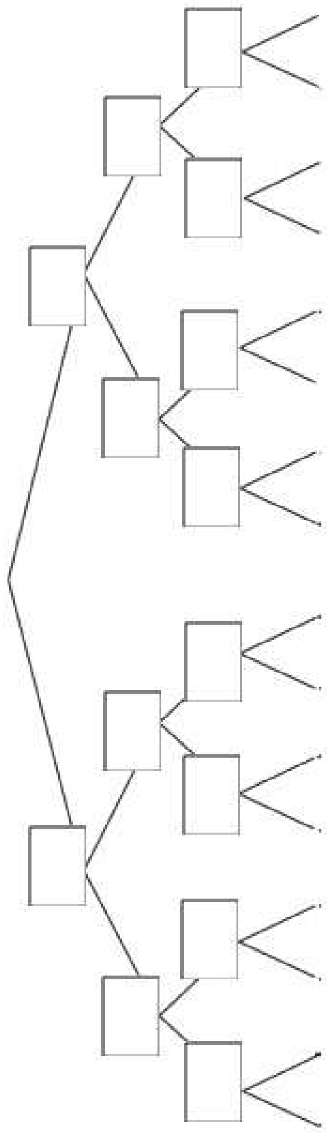
n	k		0,02	0,03	0,05	0,10	1/6	0,20	0,25	0,30	1/3	0,40	0,50		n
5	0	0,	9039	8587	7738	5905	4019	3277	2373	1681	1317	0778	0313	5	5
	1		0922	1328	2036	3281	4019	4096	3955	3602	3292	2592	1563	4	
	2		0038	0082	0214	0729	1608	2048	2637	3087	3292	3456	3125	3	
	3		0001	0003	0011	0081	0322	0512	0879	1323	1646	2304	3125	2	
	4					0005	0032	0064	0146	0284	0412	0768	1563	1	
	5						0001	0003	0010	0024	0041	0102	0313	0	
n			0,98	0,97	0,95	0,90	5/6	0,80	0,75	0,70	2/3	0,60	0,50	k	n

Abb. 209 $P_{5,p}(\mathcal{X} = k)$ Wahrscheinlichkeitsverteilungen

835. a$_1$) Ein Tetraeder wird 5 Mal geworfen. Sei $\mathcal{X}_1$ = Anzahl der Vieren. Wo finden Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Tabelle?

832. **(V)** ⓐ$_e$) Ein idealer Würfel wird vier Mal geworfen. Wir betrachten nur die Ereignisse 'fünf' und 'nicht fünf' (mit Berücksichtigung der Anordnung). Stellen Sie das Szenario mit Hilfe des Baumes dar und geben Sie die Wkverteilung in der Tabelle aus Abb. 335/208 an. Notieren Sie auch in der letzten Spalte die Anzahl der Fünfen. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der gewürfelten Fünfen. Berechnen Sie $P(\mathcal{X} = 3)$.
ⓑ$_e$) Alle Summanden von $P(\mathcal{X} = 3)$ sind ___________ (K___________gesetz).
ⓒ$_e$) Ergänzen Sie bei der Gleichung Querstriche: $P(\mathcal{X} = 3) = P(5555) + P(5555) + P(5555) + P(5555)$;
ⓓ$_e$) 4 ist die Anzahl der P______________ von ______
ⓔ$_e$) Berechnen Sie $P(\mathcal{X} = k)$ $(k = 0..5)$ und verallgemeinern Sie.
f$_1$) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit bei i) 5 Würfen 2 mal ii) 6 Würfen 3 mal iii) 10 Würfen 4 mal iv) 10 Würfen k mal v) n Würfen k mal die '5' zu würfeln.

833. **(V)** a$_r$) Ein Experiment mit den Ergebnissen ____________ und _________________ mit der (g________________________) Erfolgswahrscheinlichkeit p heißt B__________ Experiment.
b$_1$) In Ag 335/832 ist Erfolg =___________________ und p =__. **c$_r$)** Die n-fache Durchführung eines Bernoulliexperimentes heißt _________________________ der Länge __.



Ergebnis	Wk Produkt	Wk Potenz	$\mathcal{X}$

Abb. 208 Binomialverteilung

$b_{2,z}$) Der harte Morris ist ein Mann, der mit einer Wk von 0.75 einen Elfmeter ins Tor schießt. Er schießt 5 Elfmeter. Sei $\mathcal{X}_2$ die Anzahl der Treffer. Geben Sie die Wk-Verteilung von $\mathcal{X}_2$ an.

c_3) Vergleichen Sie $P(\mathcal{X}_1 = 2)$ und $P(\mathcal{X}_2 = 3)$ mit Hilfe der Formel von Bernoulli. Vergleichen Sie die Aufgaben a) und b); geben Sie eine Formel an und beweisen Sie diese. In der Tabelle 209 sind nur Wk p____ aufgeführt. Deshalb benötigen Sie die Formel $P_{n,p}(\mathcal{X} = k) =$ _________.

d_1) Bestimmen Sie mit der Tabelle $P_{5,0.9}(\mathcal{X} = 4)$, $P_{5,0.8}(\mathcal{X} = 3)$, $P_{5,0.6}(\mathcal{X} = 3)$, $P_{5,0.75}(\mathcal{X} = 2)$.

836. (KA$_B$) $_z$) Sledgo ⟦Hummer⟧ trifft ⟦mit seinem Colt Susan⟧ seine Zielscheibe mit $p = 0.95$. Wie groß ist die Wk, dass er bei 5 Schüssen a_1) kein Fehlschuss ist b_1) genau 4 Fehlschüsse c_2) weniger als 4 Fehlschüsse sind?

$\boxed{d_1}$) Aus einer Urne mit 30 weißen und 70 roten Kugeln werden 5 Kugeln nacheinander mit Zurücklegen gezogen und ihre Farben notiert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 5 Kugeln genau 3 (k) rote anzutreffen sind.

e_1) (Abi 2014) Jemand spielt 4 Spiele an einem Spielautomaten, an dem man durchschnittlich zwei Drittel aller Spiele verliert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert er dabei genau zweimal?

n	k		0,02	0,03	0,05	0,10	1/6	0,20	0,25	0,30	1/3	0,40	0,50		n
5	0	0,	9039	8587	7738	5905	4019	3277	2373	1681	1317	0778	0313	4	5
	1		9962	9915	9774	9185	8038	7373	6328	5282	4609	3370	1875	3	
	2		9999	9997	9988	9914	9645	9421	8965	8369	7901	6826	5000	2	
	3					9995	9967	9933	9844	9692	9547	9130	8125	1	
	4						9999	9997	9990	9976	9959	9898	9688	0	
n			0,98	0,97	0,95	0,90	5/6	0,80	0,75	0,70	2/3	0,60	0,50	k	n

Abb. 210 $P_{5,p}(\mathcal{X} \leq k)$

837. Die Klausuren eines Lehrers bestehen aus 5 Multiple Choice Aufgaben, wobei genau eine von den zwei vorgegebenen Antwortmöglichkeiten stimmt. Bei 5 richtigen Ergebnissen erteilt er die Note 1, bei 4 richtigen Ergebnissen die zwei usw. Ein Schüler schreibt die Klausur ohne zu lernen mit und kreuzt wahllos pro Aufgabe genau ein Feld an. Sei $\mathcal{X}_1$ die (dem Schüler erteilte) Note.
a_{1-2}) Berechnen Sie $P(\mathcal{X}_1 = k)$ $(k = 1..6)$ (mit Abb. 210).
b_1) Berechnen Sie den Erwartungswert der Note dieses Schülers.
c_2) Der Klassenstreber kann zwei Aufgaben sicher richtig beantworten. Sei $\mathcal{X}_2$ die Zufallsgröße der Note des des Klassenstrebers. Geben Sie eine WkVert von $\mathcal{X}_2$ an. $\leftarrow$ (KA$_B$)

13.3.6 Ag zur kumulierten Binomialvert. (binomcdf) LS10: 143-146

838. (KA$_G$) $_z$) Der Würfel des Unheils ist ein idealer mächtiger magischer Würfel; eines seiner Ergebnisse ist 'Rot'. Jason Licht wirft ihn fünfmal. Berechnen Sie die Wk für

a_1) höchstens ein Mal 'Rot'; b_1) höchstens zwei Mal 'Rot'; c_1) höchstens drei Mal 'Rot';
d_1) Geben Sie eine Wertetabelle von ‚höchstens k Mal Rot' an.
Warum handelt es sich bei dieser Wertetabelle nicht um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung?
e_1) Ein Tetraeder wird 5 Mal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitswerte von mindestens k Mal die Vier'. Wo finden Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Tabelle?
f_2) Warum hat die Tabelle von $P(\mathcal{X} = k)$ 6 Zeilen, die von $P(\mathcal{X} \leq k)$ aber nur 5?
g_e) Wie berechnet man $P(\mathcal{X} \leq k)$ mit dem WTR?

839. $_z$) Stan ⟦F. N. Berg⟧ erhält in 30 % aller Bundesligaspiele eine gelbe Karte. Wir betrachten 5 Spiele.
a_1) **(V)** Bestimmen Sie $P(\mathcal{X} \leq 3)$.
b_e) **(V)** Markieren Sie auf dem Zahlenstrahl alle günstigen und alle möglichen Ergebnisse. Welche Wk können Sie mit diesem Ergebnis noch berechnen? Tipp: _________________.

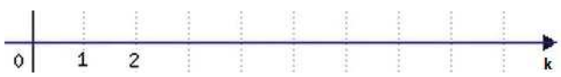


Abb. 211 *Zahlenstrahl*

c_r) **(V)** $P(\mathcal{X} \geq k) =$ __________ **(Formel 50)**; $P_{5,0.1}(\mathcal{X} \geq 2) =$ _______________ $\approx$ __________.

d_1) Berechnen Sie $P_{5,0.2}(\mathcal{X} \geq 2)$, $P_{5,0.4}(\mathcal{X} \geq 1)$, $P_{5,0.25}(\mathcal{X} \geq 3)$, $P_{10,1/3}(\mathcal{X} \geq 3)$, $P_{10,1/6}(\mathcal{X} \geq 1)$.

$\mathrm{e}_{1,g}$) Der Sturm Wilke entwurzelte in der Region um Gerds Garten jeden sechsten Baum. In diesem Garten standen vorher 5 Bäume. Mit welcher Wk wurden drei oder mehr Bäume entwurzelt?

840. $_z$) Ein Multiple-Choice-Test besteht aus 10 Ag mit jeweils 4 Antworten, von denen nur jeweils eine richtig ist. Gary Feld, der Kater mag, hat keine Lust zu lernen und rät deshalb nur. Mit welcher Wk hat Gary **@**$_w$) genau 2 $\mathbf{b}_1$) höchstens eine $\mathbf{c}_1$) höchstens 2 $\mathbf{d}_1$) mind. 2 Ag richtig?

$\mathbf{e}_{1,Z}$) Bei der Quizshow ⟦'Nordlicht'⟧ gibt es 5 Kandidaten aus 5 Bundesländern; es werden lokale Fragen gestellt und dazu drei Antwortmöglichkeiten gegeben, von welchen genau eine stimmt. Versehentlich ist für Bremen Roland ⟦M. Erich⟧ eingeladen, der als Stuttgarter natürlich keine Ahnung vom Norden hat. Der Moderator ⟦Georg π. Lawa⟧ stellt 10 Fragen. Wie groß ist die Wk, dass Roland höchstens 2 (mindestens vier, genau drei) richtige Antworten gibt.

$\mathrm{f}_{1,Z}$) Parker ⟦Bonni trägt kein Kleid und⟧ bietet Ihnen das Spiel 'Neun danke' an, bei welchem mit 50 Würfeln gewürfelt und Sie bei 9 oder mehr Sechsen gewinnen. Würden Sie spielen? ↖ (KA_G)

841. $_z$) Barney ⟦van Felden⟧ trifft die Triple 20 mit $p = 0.4$. Er wirft 10 Darts. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der getroffenen Triple 20. Bestimmen Sie: a_1) $P(\mathcal{X} \leq 3)$, $P(\mathcal{X} < 2)$, b_1) $P(\mathcal{X} \geq 3)$, $P(\mathcal{X} > 4)$, c_1) $P(1 \leq \mathcal{X} \leq 3)$, $P(2 \leq \mathcal{X} \leq 6)$, $\boxed{\mathbf{d}_1}$) $P(3 \leq \mathcal{X} \leq 5)$, $P(5 < \mathcal{X} < 9)$, $P(4 < \mathcal{X} \leq 8)$. (KA_G)

842. a_e) Füllen Sie die ↓ Tabelle aus. Es gilt $P_{5,0.6}(\mathcal{X} = k) = P_{5,0.4}(\mathcal{X}$_______) siehe auch Ag 334/835c.

k	0	1	2	3	4	5
$P_{5,0.6}(\mathcal{X} = k)$				0.3456		

b_e) Schreiben Sie mit dieser Formel $P_{5,0.6}(\mathcal{X} \leq 3)$ als Summe von Wk, aus Abb. 334/209.
$P_{5,0.6}(\mathcal{X} \leq 3) = P_{5,0.4}(\mathcal{X} \geq \_\_\_\_) = \_\_ P_{5,0.4}(\mathcal{X} \leq \_\_\_\_)$.
c_1) Sei $p > \frac{1}{2}$. Formulieren Sie eine Formel mit deren Hilfe man die Tabellenwerke verwenden kann: $P_{n,p}(\mathcal{X} \leq k) = P_{n,\_\_}(\mathcal{X} \geq \_\_\_\_) = \_\_ P_{n,\_\_}(\mathcal{X} \leq \_\_\_\_)$. Berechnen Sie auch $P_{n,p}(\mathcal{X} \geq k)$.
d_1) Berechnen Sie $P_{10,0.8}(\mathcal{X} \leq 7)$, $P_{10,0.7}(\mathcal{X} \leq 8)$, $P_{10,0.97}(\mathcal{X} \leq 9)$, $P_{10,2/3}(\mathcal{X} \leq 7)$, $P_{10,0.7}(\mathcal{X} \leq 3)$; $P_{10,0.8}(\mathcal{X} \geq 6)$, $P_{10,0.95}(\mathcal{X} \geq 9)$, $P_{10,0.6}(\mathcal{X} \geq 8)$, $P_{10,0.75}(\mathcal{X} \geq 9)$, $P_{10,0.98}(\mathcal{X} \geq 8)$, $P_{10,5/6}(\mathcal{X} \geq 8)$.

$\mathrm{e}_{2,Z}$) ⟦Der alte⟧ Charly ⟦Schütterhaar (Nickname Lex, Bruder von Winni 2)⟧ trifft sein Ziel mit einem Pfeil mit Wk 0.8. Wie groß ist die Wk, dass bei er bei 5 Versuchen mindestens 4 (k) mal trifft?

$\mathrm{f}_{3,Z}$) Im Ostreich der USS soll eine neue Präsidentin gewählt werden. Zur Wahl stehen ⟦die schöne⟧ Alexandra und ⟦die hoffende⟧ Berta, die eine Mehrheit benötigen, um die Wahl zu gewinnen. Im Ostreich leben 10 Wahlberechtigte, beide Kandidatinnen werden von jedem Wahlberechtigten bei jedem Wahlgang mit $p = 0.5$ zufällig gewählt. Jedes Mal, wenn Berta die Wahl verliert, zweifelt sie den Ausgang unter einem Vorwand an, weshalb jedes Mal die Wahl wiederholt werden muss. Bei Gleichstand muss die Wahl ebenfalls wiederholt werden. Wie oft muss gewählt werden, damit Berta mit einer Wk von mindestens 0.9 zur Präsidentin gewählt wird?

n	**k**		0,02	0,03	0,05	0,10	1/6	0,20	0,25	0,30	1/3	0,40	0,50		**n**
	0	0,	8171	7374	5987	3487	1615	1074	0563	0282	0173	0060	0010	**9**	
	1		9838	9655	9139	7361	4845	3758	2440	1493	1040	0464	0107	**8**	
	2		9991	9972	9885	9298	7752	6778	5256	3828	2991	1673	0547	**7**	
	3			9999	9990	9872	9303	8791	7759	6496	5593	3823	1719	**6**	
10	**4**				9999	9984	9845	9672	9219	8497	7869	6331	3770	**5**	**10**
	5					9999	9976	9936	9803	9527	9234	8338	6230	**4**	
	6						9997	9991	9965	9894	9803	9452	8281	**3**	
	7							9999	9996	9984	9966	9877	9453	**2**	
	8									9999	9996	9983	9893	**1**	
	9											9999	9990	**0**	
n			0,98	0,97	0,95	0,90	5/6	0,80	0,75	0,70	2/3	0,60	0,50	**k**	**n**

Abb. 212 $P_{10,p}(\mathcal{X} \leq k)$

13.3.7 Der Erwartungswert der Bin.vert. → 13.9.4 (+Kl.11) LS10: 139-142

843. a$_e$) Herr Sd würfelt die Noten für seinen Seminarkurs mit 6 Schülern mit einem idealen Würfel aus. Wie viele Einsen erwarten Sie im Mittel? Wieviele Einsen erwarten Sie im $M+$ Kurs (12 Schüler), im K_2 Kurs (18 Schüler), im K_1 Kurs (24 Schüler) und in einer Mittelstufenklasse (n Schüler)? Wiederholen Sie das Experiment, wenn Herr Sd mit einem Tetraeder würfelt.

b$_{e,Z}$) Ein jeder fünften Wunderkugel ist ein Einzelmännchen versteckt. Mit wievielen Einzelmännchen rechnen Sie bei 5, 10, 15, n Kugeln? Verallgemeinern Sie auf die Einzelmännchenwk $\frac{1}{7}$, p.

c$_e$) **(V)** Wie lautet die allgemeine Formel des Erwartungswertes $\mu = E(\mathcal{X})$ einer Binomialverteilung bei n Versuchen mit Erfolgswk p **(Formel 51)**. **d**$_b$) Sei $\mathcal{X}$ $B_{10,1/6}$ verteilt. Berechnen Sie $E(\mathcal{X})$.

(KA$_G$) $\boxed{\mathbf{e}_1}$) Sei $\mathcal{X}$ $B_{n,p}$ verteilt. Berechnen Sie $E(\mathcal{X})$ für i) $n = 100, p = 0.3$, ii) $n = 30, p = 0.03$;

f$_1$) Herr Sd würfelt 20 (39) Mal mit seinem Spezialwürfel (Ag 319/779 bei diesem Würfel ist $P(1) = \frac{1}{6}, P(5) = \frac{1}{3}, P(6) = \frac{1}{2}$). Wieviele Einsen, Fünfen und Sechsen erwarten Sie?

g$_2$) Bei einer Dart WM werden rund 24 000 Spiele gespielt. Beim perfekten Spiel dem sogenannten 9-Darter muss 9 mal in einer bestimmten Reihenfolge ein Dart in einem Doppel oder Tripel-Feld landen; die Wk ein solches Feld zu treffen ist etwa $\frac{1}{3}$. Mit wievielen 9-Dartern rechnen Sie pro WM?

13.3.8 Stabdiagramme (Lage des Erwartungswertes μ)

844. a$_2$) Aus Abb. 337/212 kann auch $P(\mathcal{X} = k)$ abgelesen werden: $P(\mathcal{X} = k) = P(\mathcal{X} \leq k)$ _________.

Wir wollen die $B_{10,0.4}$-Verteilung graphisch darstellen. b$_1$) Erstellen Sie zunächst eine Wertetabelle:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} = k)$								0.042			

c$_1$) Erstellen Sie jetzt ein Koordinatensystem mit der Einheit 1=1cm auf der $x-$Achse und 0.1=1cm auf der $y-$Achse (Platzbedarf 10 cm breit und 4 cm hoch). Zeichnen Sie alle Werte von $B_{10,0.4}(k)$ $k = 0, .., 10$ und zeichnen Sie an jeder (natürlichen) Stelle k einen Strich (Stab) der Länge $P(\mathcal{X} = k)$ (GG). Welche Form hat das Stabdiagramm? Welcher Stab ist am längsten? Zeichnen Sie die Stabdiagramme einer $B_{10,0.6}$-Verteilung und einer $B_{10,\frac{1}{3}}$-Verteilung.

d$_r$) **(V)** Beim Stabdiagramm einer Binvert. ist μ in der N__________ des l____________ Stabes.

e$_1$) Bei einer $B_{10;\frac{1}{3}}$ Vert. ist der längste Stab nicht der Erw. E, weil $E =$ _ kein _________ ist.

(KA$_L$) f$_1$) Bei dem Stabdiagramm einer $B_{n,p}$- Vert. ist der längste Stab bei $\mathcal{X} = 8$ mit $P(\mathcal{X} = 8) \approx y$.
i) Schätzen Sie p, wenn bekannt ist, dass $n = 40$ und $y \approx 0.156$ ist;
ii) Schätzen Sie n, wenn bekannt ist, dass $p = \frac{1}{10}$ und $y \approx 0.147$ ist; $\boxed{\text{HA}}$: Ag 340/855.

g$_r$) Bekannt sei das Stabdiagramm (oder ein Histogramm) einer $B_{n,p}$- Verteilung. Weiterhin sei n bekannt und p gesucht oder umgekehrt.
i) Suche den längsten Stab $P(\mathcal{X} = k)$ und interpretiere k als _________________ der Verteilung.
ii) Setze diesen in die Gleichung _________ ein und löse nach der Unbekannten auf.

h$_1$) (≈ Abi 2015) Ein Glücksrad hat drei farbige Sektoren, die beim einmaligen Drehen mit folgenden Wk angezeigt werden: Rot=20%, Grün: 30%, Blau: 50%. Das Rad wird n-mal gedreht. Die ZG $\mathcal{X}$ gibt an, wie oft 'Rot' angezeigt wird. **i)** Begründen Sie, dass $\mathcal{X}$ binomialverteilt ist. Die Tabelle zeigt einen Ausschnitt aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung von $\mathcal{X}$:

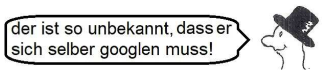
k	0	1	2	3	4	5	6	7	...	
$P(\mathcal{X} = k)$	0.01	0.06	0.14	0.21	0.22	0.17	0.11	0.05	...	

ii) Bestimmen Sie $P(\mathcal{X} \geq 3)$; **iii) (V)** Entscheiden Sie, welcher der folgenden Werte von n der Tabelle zugrunde liegen kann: 20, 25 oder 30. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

13.3.9 Die Approximation mit Hilfe der Normalverteilung

845. Die Inhalte dieser Aufgabe sind in der Praxis sehr relevant; leider sind die zugehörigen Beweise in der Schule quasi (in endlicher Zeit) nicht machbar (siehe z.B. die Abschnitte 353/13.5.2 und 365/13.7.5). Aber es muss ja auch etwas für das Studium übrig bleiben.
Sei $\mathcal{X}$ eine $B_{n,p}$ Verteilung mit Erwartungswert $\mu =$ _________.
a$_r$) Die Standardabweichung $\sigma(\mathcal{X})$ (siehe Ag 325/803) ist ein Maß für das ____________ einer Verteilung. Ohne Beweis gilt bei binomialverteilten ZGen $\sigma(\mathcal{X}) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{(V(\mathcal{X}))}$.
b$_r$) **(V)** Φ ist die Verteilungsfunktion der Gaußglockenkurve siehe Ag 353/891. Wir schätzen

$$P(\mathcal{X} \le k) \approx \Phi\left(\frac{k-\mu+0.5}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{k - \_\_\_\_\_\_ + 0.5}{\sqrt{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}}\right) \textbf{(Formel 52)}.$$



Eine Wertetabelle von $\Phi(x)$ finden Sie in Abb. 353/215 oder GTR: $\Phi(x) \approx \mathit{normcdf}(-99999, x)$.

c$_b$) $\mathcal{X}$ $B_{10,0.8}$ verteilt. Berechnen Sie $P(\mathcal{X} \le 7)$ mit der Tabelle und mit Hilfe der Schätzformel.
d$_1$) $\mathcal{X}$ ist $B_{100,0.2}$ verteilt $\Rightarrow \mu =$ ____ $\sigma = \sqrt{100 \cdot 0.2 \cdot 0.8} \approx$ ____; schätzen Sie $P_{100,0.2}(\mathcal{X} \le 25)$, $P_{100,0.2}(\mathcal{X} \le 20)$, $P_{100,0.2}(\mathcal{X} \le 15)$ und $P_{100,0.2}(\mathcal{X} \le 10)$ mit Hilfe von Formel 52.
e$_1$) Schätzen Sie $P(\mathcal{X} \ge k)$ und $P(\mathcal{X} = k)$ mit Hilfe der Normalverteilung.
f$_1$) Schätzen Sie mit Hilfe von Formel 52 die Wahrscheinlichkeiten aus Ag 337/841 + 842 d.

13.3.10 Anzahl von Stichproben (+Kl.11)

846. a$_1$) Beim 'Mensch ärgere Dich nicht' darf jeder Spieler 3mal würfeln. Wer eine Sechs hat, darf eine Figur auf das Startfeld stellen. Wie groß ist die Wk, dass dies nicht klappt bzw. klappt? Wie gross ist diese Wk, wenn Herr Sd mit seinem Würfel ($P(6) = \frac{1}{2}$) würfelt?
b$_1$) Beantworten Sie die Fragen aus a), wenn Sie statt 3 mal n mal würfeln.
c$_e$) **(V)** Wie oft muss man mind.würfeln um mit einer Wk von 0.9 eine oder mehr Sechsen zu würfeln?
d$_3$) Ein Experiment gelingt mit Erfolgswahrscheinlichkeit p. Wie oft muss man das Experiment durchführen, um mit einer Wk von (mindestens) p_0 einen oder mehr Erfolge zu haben.
e$_e$) Ein zweiter Ansatz: $P_{n,\frac{1}{2}}(\mathcal{X} \ge 1) =$ ____$P_{n,\frac{1}{2}}(\mathcal{X} \le _)$ und $P_{n,\frac{1}{6}}(\mathcal{X} \ge 1)$ sind Funktionen abhängig von von _. Stellen Sie diese in Form einer Wertetabelle dar. Machen Sie dort einen Strich wo die Funktionswerte _____ _______________, also zwischen ____ und ____.

n	1	2	3	4	5	6	7
$P_{n,1/2}(\mathcal{X} \ge 1)$	0.5						

n	1	..	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P_{n,1/6}(\mathcal{X} \ge 1)$	$0.1\bar{6}$	...									

Lösen Sie die folgenden Aufgabenteile e und f für $k = 1$ und (ohne GTR Niveau 3) $k = 2, 3, 4, 5$.

(KA$_L$) f$_2$) Wie oft muss Sd mit seinem Würfel mind. würfeln um mit einer Wk von 0.9 k oder mehr '6' zu würfeln? (GTR) Lösen Sie die Ag wenn ein idealer Würfel verwendet wird.

g$_{3,Z}$) **(V)** Kimo ⟦(hurry up) Haibrecher⟧ trifft ein Dart-Doppelfeld mit $p = 1/3$. Wieviele Darts muss er mindestens werfen, um mit einer Wk von 0.8 um k (oder mehr) Doppelfelder zu treffen?

h$_2$) (GTR) Jeder vierte Kunde des Buchladens ⟦'Lesen gefährdet die Dummheit'⟧ ist männlich. Wievielen Kunden muss man begegnen, um mit einer Wk von 0.9 k oder mehr Männern zu begegen?

847. (mit GTR Niveau 2) a$_{3,Z}$) Maria gehören die sieben Waben. Sie möchte in jeder Wabe ein biologisches Experiment mit Erfolgswk 0.4 durchführen. Mit wievielen Erfolgen kann Sie rechnen? Wieviele Waben muss Sie von Ihrem Freund G. Karel leihen, dass sie mit einer Wk von mehr als 95 % mindestens zwei (oder mehr) Experimente erfolgreich sind?
$\boxed{\textbf{b}_{3,Z}}$) Clifton ⟦H. Mond⟧ trifft einen Basketballfreiwurf mit $p = 0.8$. Wieviele Freiwürfe muss Clifton mindestens werfen, um mit einer Wk von mind. 90% zehn oder mehr Treffen zu erzielen?

13.3.11 Binomialverteilung im Abitur

852. ($\approx$ PT Abi 2014) An einem Spielautomaten verliert man durchschnittlich zwei Drittel aller Spiele.
a_2) Jemand spielt 4 Spiele am Automaten. Mit welcher Wk verliert er dabei genau zweimal?
b_2) Formulieren Sie ein Ereignis A, für das gilt: $P(A) = \binom{10}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$.

853. (= WT Abi 2014, BD) In einem Gefäß G_1 sind 6 schwarze und 4 weiße Kugeln; in einem Gefäß G_2 sind 3 schwarze und 7 weiße Kugeln. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl gezogenen schwarzen Kugeln. (BAg 333/824) (m), (BAg 337/841), (BAg 338/843), Basisformeln F20, F 49 − 51.

a_1) Aus Gefäß G_1 wird 20 Mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie $P(\mathcal{X} \geq 12)$. Mit welcher Wk weicht der Wert von $\mathcal{X}$ um weniger als 3 vom Erwartungswert von $\mathcal{X}$ ab ?

b_2) Aus Gefäß G_2 wird 8 Mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie die Wk, dass genau 2 schwarze Kugeln gezogen werden, und zwar bei direkt aufeinander folgenden Zügen.

c_3) Nun werden aus G_1 zwei Kugeln **ohne** Zurücklegen gezogen und in das Gefäß G_2 gelegt. Anschließend wird eine Kugel aus G_2 gezogen. Mit welcher Wk ist diese Kugel schwarz?

854. (= WT Abi 2014) Bei der Produktion von Bleistiften beträgt der Anteil fehlerhafter Stifte 5%.

a_1) Ein Qualitätsprüfer entnimmt der Produktion zufällig 800 Bleistifte. Die Zufallsgröße $\mathcal{X}$ beschreibt die Anzahl der fehlerhaften Stifte in dieser Stichprobe. Berechnen Sie $P(\mathcal{X} \leq 30)$.

b_2) Mit welcher Wk weicht der Wert von $\mathcal{X}$ um weniger als 10 vom Erwartungswert von $\mathcal{X}$ ab ?

c_3) (Erst nach Abs. 13.4) Der Betrieb erwirbt eine neue Maschine, von der behauptet wird, dass höchstens 2% der von ihr produzierten Bleistifte fehlerhaft sind. Diese Hypothese H_0 soll mithilfe eines Tests an 800 zufällig ausgewählten Stiften überprüft werden. Bei welchen Anzahlen fehlerhafter Stifte entscheidet man sich gegen H_0, wenn die Irrtumswk maximal 5% betragen soll?

855. **Minimalanforderung** UE 10_2 - Kombinatorik + Binomialverteilung: Bitte beachten Sie, dass die Schwierigkeit bei diesem Thema in der Modellbildung und nicht im Übertragen vom Modell in eine Formel liegt. Deshalb heißt es hier besonders üben, üben, üben!

a) Aus einer Urne mit 10 Kugeln werden x Kugeln ohne Zurücklegen und mit (ohne) Berücksichtigung der Anordnung gezogen. Wieviele Kombinationen sind möglich für $x = 2$, $x = 5$, $x = 10$?
b) Beantworten Sie Teil a) mit Zurücklegen und mit Berücksichtigung der Anordnung. (F 48)

In einer Urne sind 100 Kugeln, 30 davon sind schwarz. Es werden 10 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der schwarzen Kugeln.
c) Berechnen Sie mit Hilfe der Formel von Bernoulli i) $P(\mathcal{X} = 3)$ ii) $P(\mathcal{X} \leq 3)$, iii) $P(\mathcal{X} \geq 5)$, iv) $P(2 \leq \mathcal{X} \leq 4)$. (F 49, F 50)
d) Mit wievielen schwarzen Kugeln rechnen Sie im Mittel? (F 51)
e) Wie oft muss man (mZ) ziehen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 0.9 eine (drei) oder mehr schwarze Kugeln zu ziehen?

f) Bei einem Stabdiagramm gilt, dass der längste Stab bei $\mathcal{X} = 8$ mit $P(\mathcal{X} = 8) \approx 0.18$ ist.
i) Schätzen Sie p, wenn bekannt ist, dass $n = 20$ ist;
ii) Schätzen Sie n, wenn bekannt ist, dass $p = \frac{1}{3}$ ist; **Wettbewerbsaufgabe: 70/183**

13.4 Testen von Hypothesen (UE 11_7)

Basisformeln: F 49, F 50, F 51, F 52.

Die wichtigsten Formeln für die Tabellenwerke und den GTR seien hier noch einmal erwähnt:

$$\begin{aligned} \textit{binompdf}(n,p,k) = \quad & P_{n,p}(\mathcal{X} = k) = && P_{n,1-p}(\mathcal{X} = n-k), \\ \textit{binomcdf}(n,p,k) = \quad & P_{n,p}(\mathcal{X} \leq k) = && 1 - P_{n,1-p}(\mathcal{X} \leq n-k-1), \\ & P_{n,p}(\mathcal{X} \geq k) = && P_{n,1-p}(\mathcal{X} \leq n-k). \end{aligned}$$

13.4.1 Hypothesen und Fehler erster Art

856. **(V)** a$_Z$) Konrad ⟦Q. Jau⟧ bietet Ihnen folgendes Spiel an: Er würfelt mit einem idealen Würfel. Erscheint die 6, so geben Sie ihm 1 €, erscheint keine 6 so bekommen Sie von ihm 1 €. Sie nehmen an und Konrad würfelt eine sechs nach der anderen. Bei wie vielen Sechsen werden Sie misstrauisch? **b$_1$)** Sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der geworfenen Sechsen. Berechnen Sie $P(\mathcal{X} = n)$. c$_1$) Nach 4 Würfen bezichtigen Sie Herrn Jau des Betruges. Mit welcher Wk hat er aber recht? d$_r$) Diese Irrtumswk heißt Fehler erster Art α. Eine Hypothese ist eine Aussage über eine Wk p, deren Gültigkeit überprüft werden soll. Unser Ergebnis ob wir akzeptieren oder nicht muss nicht stimmen und unterliegt daher einer gewissen Irrtumswk. Die Hypothese $H_0 : p$____ heißt Nullhypothese (oder Unschuldsvermutung); die Hypothese $H_1 : p$____ heißt Gegenhypothese. e$_2$) Bestimmen Sie n so, dass $\alpha < 0.01$ (n minimal) ist. $0.01 = \alpha_0$ heißt Signifikanzniveau.

857. **(V)** $_{e,Z}$) Wir produzieren Spezialschalter, die nur mit einer Wk von $p = 0.8$ funktionieren. Die Schalter können zwar einfach in Geräte eingebaut werden, der Ausbau zerstört sie aber völlig, so dass diese vor dem Einbau nicht getestet werden können. Ein Großkunde bestellt eine große Menge an Spezialschaltern. Er nimmt 10 Schalter und testet diese auf Funktion. Er schickt die Lieferung zurück, wenn 6 oder weniger Spezialschalter funktionieren.

   a$_e$) Sei Erfolg = ‚Schalter funktioniert' und sei $\mathcal{X}$ die Anzahl der Erfolge, dann ist $\mathcal{X}$ __________ verteilt. Geben Sie den Ablehnungsbereich (*Abl*) und den Annahmebereich (*Ann*) an.
   b$_e$) Mit welcher Wahrscheinlichkeit (α) schickt der Großkunde die Lieferung zurück?
   c$_e$) Was glaubt der Großkunde wenn er die Lieferung zurückschickt?
   d$_e$) Drücken Sie die Unschuldsvermutung (diese heißt auch Nullhypothese H_0) und die Gegenhypothese H_1 durch Wahrscheinlichkeiten aus.
   e$_r$) Der *Abl* ist immer der Ablehnungsbereich der Hypothese ____; $\alpha = P($____$)$.
   f$_e$) Ist das Zurückschicken der Lieferung berechtigt?

Cartoon 68

Geben Sie bei den Aufgaben 341/858, 859 und 860 H_0, H_1 sowie *Abl*, *Nabl* (*Ann*) und α an.

858. a$_{1,Z}$) Die Chemikerin Frau Pfeifer behauptet, dass sie 75% aller ungarischen Speisen alleine am Geruch erkennt. Herr Sd lacht laut, kocht 20 Gerichte und plant die These abzulehnen, falls sie 10 oder weniger Gerichte erkennt.

   $\boxed{\text{b}_{1,Z}}$) **(V)** Der Bekanntheitsgrad der Zahnpasta ⟦Naomi⟧ unter den Kunden des Supermarktes ⟦'Wallaby Way' in Sidney⟧ beträgt nach Einschätzung des Marktleiters ⟦P. Schörmen⟧ (mindestens) 50 %. Durch eine Stichprobe vom Umfang 100 Kunden will man herausfinden, ob dies zutrifft. Die These soll verworfen werden, wenn weniger als 41 Kunden die Zahnpasta kennen.

859. a$_{e,Z}$) **(V) Vorsicht Falle:** Nach dem Genuss eines pangalaktischen Donnergurglers stellen Sie bei sich gewisse hellseherische Kräfte fest. Um dies zu testen wirft Zaphod 10 mal eine ideale Münze. Sie versuchen durch ihre Kräfte den Ausgang jedes Wurfes vorherzusagen. Die Kräfte werden akzeptiert, wenn Sie 7 mal oder öfter richtig liegen. Mit welcher Wk können Sie doch nicht hellsehen?

   Alle Formulierungen sind immer auf Seiten der ________hypothese.

b$_{e,Z}$) Der Winzer Reywen behauptet, er könne Gedanken lesen. Um dies zu überprüfen, wird wiederholt folgender Versuch durchgeführt: Der Versuchsleiter Uri G. würfelt mit einem Tetraeder (Ergebnismenge= $\{1, 2, 3, 4\}$) und konzentriert sich intensiv auf die gewürfelte Zahl. Herr Reywen bemüht sich jeweils durch Gedankenlesen die richtige Zahl herauszufinden. Der Versuch wird 100 mal durchgeführt. Die These des Gedankenlesens wird akzeptiert, wenn Herr Reywen 35 Mal oder öfter das richtige Ergebnis nennt. H_0 unterstellt Herrn Reywen, dass er _____ _____.

860. a$_{1,g}$) **(V)** Die Mathepartei (MP) hat bei der letzten Wahl jede sechste Stimme bekommen. Selina K.,

die Kanzlerkandidatin der MP behauptet, dass sich der Stimmenanteil der MP seit der letzten Wahl stark erhöht hat. Dies soll durch eine Stichprobe von 100 Wahlberechtigten getestet werden. Selinas These soll abgelehnt werden, wenn 22 oder weniger der Befragten die MP wählen würden.

$\boxed{\mathbf{b}_{1,Z}}$) Etwa $\frac{3}{4}$ der gebauten Teller haben eine Lebensdauer von 1000 Std und länger. Sören ⟦Eisenhard aus Newtown⟧ behauptet, dass er durch Verbesserungen innerhalb der Produktion die Qualität steigern konnte. Sie glauben ihm nicht und testen deshalb 100 Teller. Sie wollen ihm erst glauben, wenn von diesen 100 Tellern mehr als 80 Stück 1000 Std und länger halten.

c$_1$) Hans isst gerne Schokolade der teuren Marke A. Sein Vater glaubt, dass kein Unterschied zur wesentlich billigeren Marke B festzustellen sei und Hans sich nur vom Markennamen leiten lässt. Sie vereinbaren deshalb zu testen, ob Hans die Schokolade der Marke A herausschmeckt oder nicht. Dazu soll Hans 10 Schokoladenstücke bekommen und von jedem entscheiden, ob es sich um die Marke A handelt oder nicht. Sie vereinbaren, dass Hans die Marke A herausschmecken kann, wenn er bei mindestens 8 Schokoladenstücken die richtige Marke zuordnet.

d$_{1,Z}$) In der Firma Borsche produziert Dieter Planeten die eine neue Welt öffnen sollen. Leider sind diese Planeten nur mit einer Wk von p=0.5 bewohnbar, was sich aber erst nach dem Einsetzen ein eine Umlaufbahn um eine Sonne herausstellt. Die Firma Margaritha bestellt eine große Menge an Planeten. ⟦Slawomir (mit beinahe Bart),⟧ ein Mitarbeiter der Firma Margaritha nimmt 10 Planeten und testet diese auf Bewohnbarkeit. Er verweigert die Lieferung, wenn sich 4 oder weniger Planeten als bewohnbar herausstellen.

e$_{1,g}$) Zur Zeit werden Herrn Sds Lernvideos nur von jedem sechsten der Schüler aus M6 beachtet. Lara behauptet, dass dies am fehlenden Vorspann und an den wackeligen Aufnahmen liegt und bietet an, die Videos zu verbessern. Herr Sd ist skeptisch, ob das etwas bringt. Um dies zu überprüfen werden zufällig 10 Schüler aus dem Kurs M6 ausgewählt und nach der nächsten KA befragt, ob sie die Videos zur Vorbereitung verwendet haben. Laras Verbesserung soll als sinnvoll gelten, wenn mindestens 2 dieser Schüler die Videos verwendet haben.

861. **(V)** a$_e$) Welche Frage stellt sich immer beim Prozentrechnen und wie wurde diese gelöst?

b$_r$) Beim Testen von Hypothesen stellt sich die Frage 'Was ist H_0?' Hier können (analog zum Prozentrechnen) nur Hinweise gegeben werden:

1) H_0 ist die U__________vermutung. 2) H_0 ist das, was f__________ war.
3) H_0 ist die Wk, die b__________ ist. 4) H_0 hat immer das __________zeichen.

Ende 1. Tag

13.4.2 Entwerfen von (linksseitigen) Tests → 13.9.5 (GFS)

862. **(V)** $_{Z}$) Der Losverkäufer Luc Fix behauptet, dass zwei von drei seiner Lose gewinnen. Herr Sternchen ist misstrauisch und glaubt, dass es weniger Gewinne sind. **a$_1$)** Formulieren Sie H_0 und H_1.
b$_1$) Um Luc Fix zu testen zieht Herr Sternchen 10 Lose (in der Theorie mit Zurücklegen) und

zählt die Anzahl der Gewinne (=Erfolg). Der Erwartungswert an Erfolgen ist $E =$ __________.
$\mathbf{c}_1$**)** Mit der Idee aus b) will Herr Sternchen die Hypothese von Luc ablehnen, wenn er unter den 10 Losen 6 oder weniger Gewinne gezogen hat. Geben Sie n sowie *Abl*, *Nabl* und α an.
$\mathbf{d}_1$**)** Mit welcher Wk verdächtigt Herr Sternchen bei diesem Test Luc zu Unrecht?
$\mathbf{e}_e$**)** Um einen vernünftigen Test zu haben, sollte α doch wesentlich geringer sein. Deshalb wollen wir den Test so verändern, dass die Irrtumswk α, 'akzeptabel' ist (akzeptabel ist individuell - Ag 341/856). Wir wählen als Signifikanzniveau $\alpha_0 = 0.1$. Sei $Abl = \{0, .., k\}$, dann gilt $P(Abl) =$ $P(\mathcal{X}$____) ist eine F_________ abhängig von _, welche man als W____________ darstellen kann.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq k)$							0.441				

Zeichnen Sie die Grenze zwischen *Abl* und *Nabl* (*Ann*) in Form eines S____________ ein.

f_r) In der Wertetabelle markiert die Grenze zwischen *Abl* und *Nabl* (*Ann*) die Stelle, an der d_____ S____________________ ü____________________ wird. Dabei ist der Ablehnungsbereich immer der Teil mit den __________ Wahrscheinlichkeiten.

g_b) Entwerfen Sie einen Signifikanztest der Hypothese H_0: $p \geq 0.75$ gegen $H_1 : p < 0.75$ mit $n = 10$ bei einem Signifikanzniveau von $\alpha_0 = 0.1$.

863. a_2) Geben Sie den maximalen *Abl* bei Ag 342/862 e) an, wenn $\alpha \leq 0.05$ sein soll.

$\mathrm{b}_{2,Z}$) **(V)** Der Reiseveranstalter 'Y-Tours: Buchen, ohne fluchen!' wirbt mit dem Slogan 'An mind. 60% der Tage scheint in Rommelshausen die Sonne'. Wir verbringen unseren 10 tägigen Urlaub in Rommelshausen und stellen nur 4 Sonnentage fest. Trauen Sie Y-Tours? Entwerfen Sie einen Test mit $\alpha \leq \alpha_0 = 0.1$. Ber. Sie *Abl* und das exakte α.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq k)$							0.618				

c_2) Bei der 'Ziehung der Zeugnisnoten' mit einem idealen Würfel fällt Herrn Sd auf, dass von 100 Würfen nur 10 Mal die 6 auftritt. Formulieren Sie H_0 und H_1. Entwerfen Sie einen Test mit $\alpha \leq \alpha_0 = 0.1$. Verwenden Sie dazu den untenstehenden Ausschnitt der Tabelle

k	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(\mathcal{X} \leq k)$					0.130						

$\boxed{\mathbf{d}_{2,Z}}$) Luis at Rian hat beim Dartspiel eine Doppelquote von 40%. Es wird vermutet, dass diese auf Grund eines ausgedehnten Urlaubs gesunken ist. Dazu soll Luis 10 Darts auf ein Doppel werfen. Geben Sie die Nullhypothese H_0 und die Gegenhypothese H_1 an. Wir stellen fest, dass er nur zwei Doppelfelder gertoffen hat. Können wir mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % davon ausgehen, dass seine Doppelquote gesunken ist? Entwerfen Sie dazu einen Test mit $\alpha \leq 0.05$.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq k)$							0.945				

$\mathbf{e}_{2,Z}$) Die Firma Trabi produziert Autos, die mit Wk 15% im ersten Jahr generalüberholt werden müssen. Beim neuen Modell Galoppi wird behauptet, dass dieser Anteil gesunken ist. Bei einer Stichprobe wurden unter 100 Neufahrzeugen nur 9 Autos im 1 Jahr generalüberholt. Lässt sich bei einer lrrtumswk von $\alpha \leq \alpha_0 = 0.1$ darauf schließen, dass die Behauptung von Trabi zutrifft?

$\mathrm{f}_{2,Z}$) Paola bekommt ihre Box mit $p = 2/3$ nicht auf. Weil endlich die Scharniere geölt wurden, soll sich dies verbessert haben. Bei 10 Öffnungsversuchen bekommt sie ihre Box tatsächlich 6 Mal auf. Kann man mit $\alpha \leq \alpha_0 = 0.1$ davon ausgehen, dass sie nun ihre Büchse besser aufbekommt?

864. a_w) Wie lautet die Schätzformel für die Binomialverteilung? (Formel 52, Ag 339/845).
b_e) Gegeben sei ein linksseitiger Test mit Signifikanzniveau $\alpha_0 = 0.1$. Setzen Sie $\alpha_0 = P(\mathcal{X} \leq k)$ in Formel 52 ein und lösen Sie diese nach k auf. k ist dann die Grenze zwischen _______ und _______; ein sogenanntes **Quantil**. Tipp: $\Phi^{-1}(0.1) = -1.282$.

c$_2$) Lösen Sie die Ag 342/862 e) und 863 b,c,e) mit dieser Formel, **die nur für** $\alpha_0 = 0.1$ **gilt**.
d$_1$) Für $\alpha_0 = 0.05$ gilt $k \approx n \cdot p - 1.645 \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} - 0.5$; Wenden Sie dies bei Ag. 863 d) an.

13.4.3 Die Lage von *Abl* und *Nabl* abhängig von $\mathbf{H}_1$ → 13.9.7 (GFS) LS Seite 358, 359

865. **(V)** Die Losverkäuferin Lucy Foxy behauptet, dass nur jedes dritte Los ihrer Lose eine Niete ist. Die gute Minna ist misstrauisch und glaubt, dass es mehr Nieten sind.
a$_1$) Formulieren Sie die Nullhypothese H_0 und die Gegenhypothese H_1.

b$_2$) Um Lucy zu testen zieht Minna 10 Lose (in der Theorie mit Zurücklegen) und zählt die Anzahl der Nieten (=Erfolg). Entwerfen Sie einen Test, mit $\alpha \leq 0.1$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq n)$				0.559							
$k =$											
$P(\mathcal{X} \quad k)$				0.441							

c$_e$) Warum dürfen Sie beim Entwurf nicht die Tabelle von $P(\mathcal{X} \leq k)$ betrachten? Welche Tabelle müssen Sie stattdessen nehmen? Vergleichen Sie mit Ag 342/862 und interpretieren Sie.

d$_r$) Beim Entwerfen eines Testes mit $H_0 : p \geq p_0$ und der Gegenhypothese $H_1 : p < p_0$ benötigen wir die Wertetabelle von $P(\mathcal{X}\_\_\_k)$ und mit $H_0 : p\_\_\_p_0$ und $H_1 : p > p_0$ die Tabelle von $P(\mathcal{X}\_\_\_k)$. Der *Abl* ist immer bei den __________ Wk.

e$_b$) Entwerfen Sie einen Signifikanztest der Hypothese H_0: $p \leq 0.3$ gegen $H_1 : p > 0.3$ mit $n = 10$ bei einem Signifikanzniveau von $\alpha_0 = 0.1$.

f$_r$) **Wichtig:** Geben Sie bitte (im Abitur) bei jedem Test an, ob er linksseitig oder rechtsseitig ist, auch wenn dies gar nicht gefragt ist. Dies erkennen Sie an H_1. Wenn $\mathcal{X} \sim B_{n,p_0}$ verteilt ist, dann ist beim linksseitigen Test ist $H_1 : p$ ___ p_0, beim rechttseitigen Test ist $H_1 : p$ ___ p_0 (interpretieren Sie das U__________zeichen als P__________).

866. $_{2,Z}$) Tobias (the green) Toad und Portia aus Rom würfeln. Dabei stellt Portia fest, dass Tobias Würfel bei 100 Würfen 30 mal die sechs angezeigt hat. 'Wenn die Würfel nicht so rollen wie sie sollen, akzeptiere!', sagt Tobias. Formulieren Sie die Nullhypothese H_0 und die Gegenhypothese H_1. Geben Sie *Abl* und *Nabl* an, wenn Sie $\alpha \leq \alpha_0 = 0.05$ zu Grunde legen.

n	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$P(\mathcal{X} \leq n)$						0.988			
k									
$P(\mathcal{X} \quad k)$						0.012			

867. (KA$_L$) Eine Hypothese H_0 soll mit $n = 10$ Versuchen getestet werden. Ermitteln Sie den Ablehnungsbereich beim Signifikanzniveau $\alpha_0 = 0.1$ für (evtl. unter Verwendung von Abb. 337/212).

a$_2$) $H_0 : p = 0.4$, $H_1 : p < 0.4$ b$_2$) $H_0 : p = 0.5$, $H_1 : p < 0.5$ c$_2$) $H_0 : p = 0.6$, $H_1 : p < 0.6$
d$_2$) $H_0 : p = 0.4$, $H_1 : p > 0.4$ **e$_2$**) $H_0 : p = 0.3$, $H_1 : p > 0.3$ **f$_2$**) $H_0 : p = 0.9$, $H_1 : p < 0.9$
g$_2$) $H_0 : p = 0.2$, $H_1 : p > 0.2$ h$_2$) $H_0 : p = 1/6$, $H_1 : p > 1/6$ i$_2$) $H_0 : p = 0.75$, $H_1 : p < 0.75$

868. (KA$_L$) Ermitteln Sie für die folgenden Tests den Ablehnungsbereich. Liegt Abl links oder rechts?

a$_2$) **(V)** H_0: $p = 0.3$; $H_1 : p > 0.3$, n=50; $\alpha \leq 0.05$ b$_2$) **(V)** H_0: $p = 0.5$; H_1:$p < 0.5$, $n = 100$; $\alpha \leq 0.1$

c$_2$) H_0: $p = 0.7$; H_1:$p > 0.7$, $n = 50$; $\alpha \leq 0.05$ d$_2$) H_0: $p = 0.2$; H_1:$p < 0.2$, $n = 100$; $\alpha \leq 0.1$

e$_2$) H_0: $p = 0.1$; H_1:$p > 0.1$, $n = 50$; $\alpha \leq 0.05$ f$_2$) H_0: $p = 0.8$; $H_1 : p < 0.8$, $n = 100$; $\alpha \leq 0.1$

869. **(V) Regel für das richtige Aufstellen von Hypothesen**: Normalerweise möchte ich mit einem Test die Nullhypothese nicht stärken sondern widerlegen. Wir wechseln also hier im Vergleich zu Ag 341/857 die Position vom P____________________ zum K____________________.

(a) Was ich also zeigen möchte, gehört in die ________hypothese;

(b) Die ________hypothese soll widerlegt werden;

(c) Beim Aufstellen der Nullhypothese geht man davon aus, dass sich an der bisher bekannten Wahrscheinlichkeit (Hypothese H_0 - Unschuldsvermutung) n____________ g____________ hat.

(d) Die Nullhypothese ist immer von der Form $p \geq p_0$ oder $p \leq p_0$. Das Gleichheitszeichen gehört immer in die _____hypothese. Die Gegenhypothese kann $p < p_0$ (________________seitiger Test), $p > p_0$ (________________seitiger Test) oder $p \neq p_0$ (________________seitiger Test) sein.

870. **(V)** a_2) Wie lautet die Schätzformel analog zu Ag 343/864 bei $\alpha_0 = 0.1$?
Wenden Sie die Schätzformel auf b_2) Ag 344/865 c_2) Ag. 867 und d_2) Ag. 868 an.

13.4.4 zweiseitige Tests LS Seite 354, 355

871. **(V)** $a_{e,Z}$) Godi ist ⟦im Dienst⟧ ein Schiedsrichter ⟦im Nordwesten Londons⟧. Er möchte überprüfen, ob die, zur Seitenwahl verwendete Münze, ideal ist. Warum funktionieren die Ihnen bekannten Testentwürfe hier nicht? Entwerfen Sie einen _____seitigen Test, mit $n = 10$, $\alpha_0 = 0.1966$.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq m)$					0.377						
k											
$P(\mathcal{X} \geq k)$						**0.377**					

b_r) Einen zweiseitigen Test mit $\alpha \leq \alpha_0$ interpretieren wir als zwei ________________ ___________ also einen ________________ und einen ________________ ___________ mit $\alpha \leq$ ____.

c_b) Entwerfen Sie einen Signifikanztest der Hypothese H_0: $p = 0.4$ gegen $H_1 : p \neq 0.4$ mit $n = 10$ bei einem Signifikanzniveau von $\alpha_0 = 0.2$.

d_2) Ein Spielautomat soll durchschnittlich in jedem dritten Spiel einen Gewinn ausschütten. Dieses soll mit Hilfe eines Testes geprüft werden. Dazu sollen bei zehn Spielen mit dem Automaten die Gewinne gezählt werden. Geben Sie *Abl* und *Nabl* bei einem zweiseitigen Test mit $\alpha \leq 0.12$ an. Füllen Sie dazu folgende Tabelle aus.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X} \leq m)$							0.980				
k											
$P(\mathcal{X} \geq k)$						**0.077**					

$e_{2,Z}$) Eddi Wall is(t) davon überzeugt, dass die Münze von Mr. Sudden gezinkt ist. Entwerfen Sie einen zweiseitgen Test, mit $n = 100$ und **i)** $\alpha_0 = 0.05$, **ii)** $\alpha_0 = 0.1$ und **iii)** $\alpha_0 = 0.1963$.
iv) Geben Sie α an für $Abl = \{0, \dots 40\} \cup \{60, \dots 100\}$.

872. $\boxed{\mathbf{a_2}}$) Es soll nachgewiesen werden, dass ein Glücksrad mit p=0.4 ideal ist. Dazu wird das Glücksrad 20 Mal gedreht. Geben Sie *Nabl* bei einem zweiseitigen Test mit $\alpha \leq 0.12$ an.

b_2) (GTR) Georg Grooschen möchte wissen, ob das Roulettespiel von Benedict Terry ideal ist. Dazu werden 11 Spiele gespielt und die Ereignisse ‚rot' gezählt. Geben Sie *Nabl* bei einem zweiseitigen Test mit $\alpha \leq 0.11$ an.

13.4.5 Fehler zweiter Art → 13.9.7 (GFS) LS Seite 376, 377

873. **(V)** a_e) Maschine A stellt Schrauben mit einem Ausschussanteil von 10%, Maschine B von 20 %. Es werden Päckchen zu je 10 Schrauben verpackt. Ein Arbeiter findet eine Packung Schrauben. Er glaubt dass diese mit $p = 0.7$ von Maschine A stammt. Es werden die fehlerhaften Schrauben der Packung gezählt. Bei 0 und einer defekten Schraube wird die Packung Maschine A zugeschrieben, sonst Maschine B. Mit welcher Wk liegen wir bei diesem Test falsch?

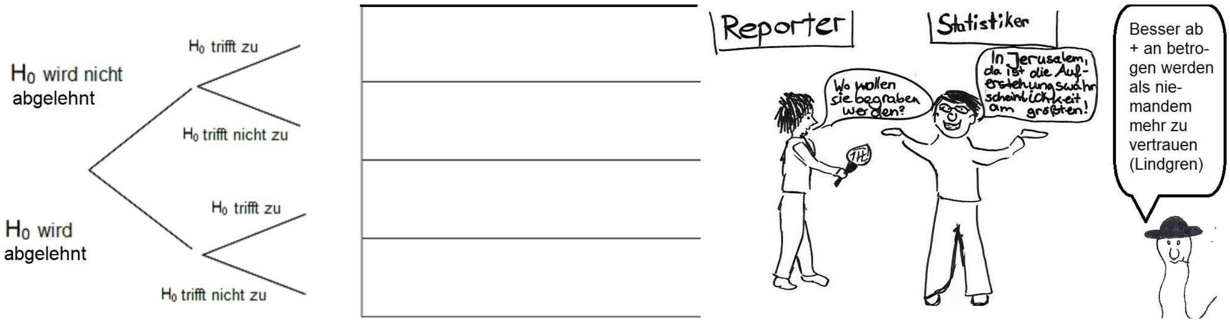


Abb. 213 *Fehler erster und zweiter Art*

b$_e$) Welcher Fehler kann beim Testen einer Hypothese $H_0 : p = p_0$, (noch) gemacht werden, wenn die Gegenhypothese $H_1 : p = p_1$ konkret bekannt ist (also nicht nur in der Form $p \neq p_0$) und wann liegen wir mit unserem Urteil richtig? Füllen Sie dazu den Baum aus Abbildung 213 aus.

c$_r$) Fehler erster Art: $= \_\_ \quad = P_{n,p\_}(\_\_\_\_\_\_\_)$ (_____ _____________ verdächtigt)
Fehler zweiter Art: $= \beta \quad = P_{n,p\_}(\_\_\_\_\_\_\_)$ (übers _____ _____________ _____________)

d$_r$) Um β berechnen zu können muss_______ ausdrücklich bekannt sein.

e$_b$) Gegeben sei ein Test mit $n = 10$, mit $H_0 : p_0 = 0.6$, $H_1 : p_1 = 0.25$ und $Abl = \{0..3\}$. Berechnen Sie α und β. f$_r$) In der Regel ist α __________ und β __________.

874. (KA$_B$) Eine Hypothese H_0 soll gegen eine Gegenhypothese H_1 mit $n = 10$ Versuchen getestet werden. Weiterhin ist der Ablehnungsbereich *Abl* der Hypothese __ gegeben. Ber. Sie α und β.
a$_2$) **(V)** $H_0 : p_0 = 0.4$, $H_1 : p_1 = 0.2$, $Abl = \{0, 1, 2\}$; b$_2$) $H_0 : p_0 = 0.4$, $H_1 : p_1 = 0.7$, $Abl = \{7, 8, 9, 10\}$;
$\boxed{\mathbf{c}_2}$) $H_0 : p_0 = 0.6$, $H_1 : p_1 = 0.2$, $Abl = \{0, .., 4\}$; d$_2$) $H_0 : p_0 = 0.5$, $H_1 : p_1 = 0.8$, $Abl = \{7, 8, 9, 10\}$;

875. **(V)** Von einer Urne ist bekannt, dass sie entweder doppelt so viele weiße wie blaue Kugeln (H_0) oder doppelt so viele blaue wie weiße Kugeln (H_1) enthält. Sei Erfolg='weiße Kugel'. Formulieren Sie H_0 und H_1 (mit Hilfe von Wahrscheinlichkeiten). Man zieht aus der Urne 10 Mal (mit Zurücklegen). a$_1$) Erstellen Sie einen (_______________) Test, mit $\alpha \leq 0.05$.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\mathcal{X}\_k)$							0.441				

b$_2$) Berechnen Sie den Fehler zweiter Art: $\beta = P(\_\_\_\_) = P(\mathcal{X}\_\_\_)$ unter der Hypothese $p = \_$.

c$_e$) Variieren Sie das Signifikanzniveau wie verändert sich der Fehler zweiter Art.

d$_r$) Je kleiner das α desto ______________ das β.

e$_3$) Zeigen Sie: Sei $H_0 : p = p_0$ und $H_1 : p = p_1$, dann kann β sogar $1-\_$ sein für $\_ \approx \_$.

Landet man also beim Test nicht im *Abl*, so kann man H_0 weder ablehnen noch mit kalkulierbarem (kleinem) Risiko annehmen (β). Damit stellt das Komplement des *Abl* also keinesfalls etwas dar, was den Namen **'Annahme'bereich** verdient und heißt deshalb *Nabl* (Thx P. Arteman).

876. Die Anzeige des franz. Wagens MR2 wurde bisher von 10% der Leser gelesen. **a$_1$)** Formulieren Sie H_0. **b$_2$)** Nach einer Neugestaltung der Aufmachung soll durch eine Befragung von 100 Lesern überprüft werden, ob sich der Anteil der Leser der Anzeige von MR2 erhöht hat. Dabei soll die Nullhypothese mit einer Wk von höchstens 10% irrtümlich verworfen werden. Bestimmen Sie *Abl*. **c$_2$)** Berechnen Sie das Risiko 2. Art, wenn sich der Anteil tatsächlich erhöht hat, nämlich auf 20%.

877. $_z$) Ronald das Wiesel spielt mit Malo dem Drachen das Würfelspiel 'weniger ist mehr'. Ronald fällt auf, dass der ideale Würfel von Malo bei 100 Würfen nur 10 Mal die 6 gezeigt hat.
a$_1$) Formulieren Sie H_0 und H_1.
b$_2$) Er lehnt den Würfel als ‚nicht ideal' ab. Wie groß ist α bei diesem *Abl*?
c$_2$) Hauke Töpfer verrät ihm, dass er durch Tests herausgefunden hat, dass bei diesem Würfen die Wahrscheinlichkeit für 6 nur bei 0.1 liegt. Sie beschließen folgenden Test: Bei 100 Würfen wird H_0 abgelehnt, wenn höchstens 11 Mal die 6 gewürfelt wird. Geben Sie α und β an.

878. $\boxed{\mathbf{a}_{2,Z}}$) Samantha Hawking verfehlt mit ihrem Revolver eine Büchse auf 50 Schritt mit Wk 0.1. Nach einem Lehrgang bei ihrem Freund Rolf Walters schießt sie nur noch mit $p = 0.05$ daneben, wenn sie sich nicht irrt. Um dies zu überprüfen schießt sie auf 100 Büchsen. Bei 6 oder mehr Fehlschüssen soll die These der Verbesserung verworfen werden. Geben Sie α an. Nehmen wir an, die Verbesserung ist tatsächlich erfolgt. Wie groß ist die Wk, dass wir dies trotzdem nicht glauben?

Entwerfen Sie bei den folgenden Szenarien eine Entscheidungsregel (Test) mit n=10 Versuchen und $\alpha_0 = 0.1$. Berechnen Sie auch α und β.

$\boxed{\mathbf{b}_{2,Z}}$) **(V)** Alwin Münzel behauptet, dass immernoch mind. 75% aller seiner neuen Eastfolksongs ein Hit werden. Golliver Alkofen glaubt, dass es jetzt nur noch max. 50% sind.

$c_{2,g}$) Julia vertritt Herrn Sd bei seinem Unterricht jedes zehnte Mal. Um die Laune von Herrn Sd zu verbessern haben Samantha und Sofie das Amt des Kavaliers (päd. Konzept 393/4) eingeführt. Oli behauptet, dass (durch Sofies Komplemente) Julia jetzt jede dritte Stunde übernehmen muss.

879. ($\approx$ Abi 2015) a_2) i) Ein Händler gibt an, dass sein Saatgut eine Keimfähigkeit von mindestens 80% (H_0) hat. Es wird vermutet, dass diese in Wirklichkeit kleiner ist. Die Aussage des Händlers soll mit Hilfe eines Tests auf einem Signifikanzniveau von $\alpha_0 = 10\%$ überprüft, indem 500 Weizenkörner untersucht werden. Formulieren Sie die zugehörige Entscheidungsregel in Worten.
ii) Die tatsächliche Keimfähigkeit des Saatguts beträgt (sogar) 82%. Wie groß ist in diesem Fall die Wk dafür, dass bei obigem Test die H_0 fälschlicherweise verworfen wird?

b_2) ($\approx$ Abi 2017) Im Jahr 2016 waren p =15,1 % aller Autos weiß. Es wird vermutet, dass dieser Anteil zugenommen hat. Um dies zu überprüfen, wird H_0 auf dem Niveau $\alpha_0 = 10\%$ getestet. Dazu werden die Farben von 500 Autos erfasst. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

Wenn im Abitur nach einer **Entscheidungsregel** gefragt ist, sind *Abl* und *NAbl* (*Ann*) gesucht.

880. **Minimalanforderungen** UE 11_4 Testen von Hypothesen: (KA_L) Eine Hypothese H_0 soll gegen eine Gegenhypothese H_1 mit $n = 10$ Versuchen getestet werden. Ermitteln Sie den Ablehnungsbereich und den Fehler zweiter Art beim Signifikanzniveau $\alpha_0 = 0.15$ für

a) $H_0 : p = 0.5$, $H_1 : p = 0.2$; b) $H_0 : p = 1/3$, $H_1 : p = 0.1$; c) $H_0 : p = 0.7$, $H_1 : p = 0.4$;
d) $H_0 : p = 0.9$, $H_1 : p = 0.4$; e) $H_0 : p = 0.4$, $H_1 : p = 0.8$; f) $H_0 : p = 0.25$,$H_1 : p = 0.5$;
g) $H_0 : p = 0.6$, $H_1 : p = 0.9$; h) $H_0 : p = 0.7$, $H_1 : p = 0.8$; i) $H_0 : p = 2/3$, $H_1 : p = 0.3$;

13.4.6 Der Einfluss des Stichprobenumfangs auf α (GFS)

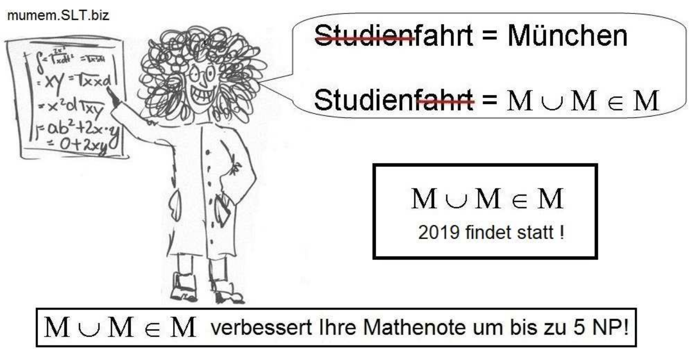
881. **(V)** In der Firma Borsche werden wie in Ag 341/857 Spezialschalter von Dieter produziert, die mit einer Wk von p=0.8 funktionieren. Wir nehmen jetzt die Position von Slawomir ein und wollen einen Test entwerfen wobei die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha \leq \alpha_0 = 0.035$ sein soll.
a_2) Geben Sie *Abl* für n=10 und den Erwartungswert E an.
b_2) Wir wollen der Frage nachgehen, wie sich die Erhöhung des Stichprobenumfangs auf den Test auswirkt. Dazu verdoppeln wir das n also wir wählen $n = 20$. Verdoppelt sich auch der Erwartungswert? Wie verändert sich die obere Grenze g des *Abl*? Verdoppelt sich diese wächst sie wesentlich stärker oder schwächer? Geben Sie eine Prognose ab (dabei ist g_n die obere Grenze des Ablehnungsbereiches - Bsp: $g_{80} = 56$)
c_3) (GTR) Geben Sie nun den *Abl* für $n = 20, 40, \ldots 1280$ an. überprüfen Sie Ihre Prognose bezüglich g. Verbessert sich der Test (bzw. was wäre denn eigentlich eine Testverbesserung)?

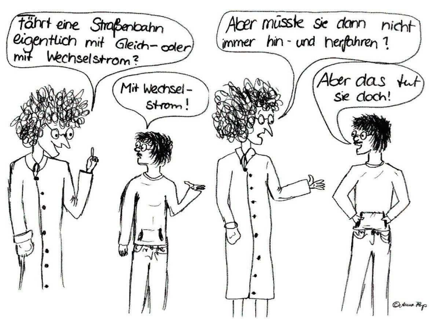
882. **(V)** a_2) Betrachen wir nun die entworfenen Tests aus Ag 881 mit einer Gegenhypothese; wir wählen zunächst H_1: $p_1 = 0.5$. Berechnen Sie für alle n den Fehler zweiter Art. Was fällt hier auf? Verifizieren Sie Ihr Ergebnis für die Gegenhypothesen $H_2 : p_2 = 0.6$; $H_3 : p_3 = 0.7$ und $H_4 : p_4 = 0.75$.

n	*Abl*	$\frac{g_n}{n}$	Erw	α	β_1	β_2	β_3	β_4
10								

20								
40								
80	{0..56}	0.7	64	0.022	0.00009	0.025	0.46	0.818
160								
320								
640								
1280								

b_r) Mit der Verdopplung des n verdoppelt sich auch der ________________; die obere Grenze g des *Abl* wächst w______________ s______________ bleibt aber sicher ______________ des ________________. Die Erhöhung des Stichprobenumfangs senkt den Fehler ____ _______, erhöht also die ______________. **c_3**) Zeigen Sie mit Hilfe der Schätzformel F52, dass $\frac{g_n}{n} \to \frac{\mu}{n}$.





Irrglaube nach Sd:

Die Grundschule hat 7 Schuljahre.

Es gibt kein Spielfeld jenseits der Mittellinie.

Wenn im Kühlschrank etwas davor steht, dann ist es nicht da.

Obst kann man(n) nur essen, wenn es geschnitten ist.

1 Einleitung Willkommen!

Mathematik macht Spaß + glücklich! Mathematik steckt in mir (und Dir) und muss heraus.

Zum Geleit: *Hurra Mathematik* besteht aus zwei Teilen: Einem Schulteil, der im Großen und Ganzen aus Aufgaben besteht und einem Hochschulteil welcher den Stoff noch einmal auf höherem Niveau wiedergibt. Der Unterrichtsteil zeigt meinen Unterricht der Klassen 8-12. Oft entspricht ein Unterpunkt etwa 1-2 Unterrichtsstunden. Die erwarteten Schülerlösungen zu fast allen Aufgaben finden Sie auf meiner Internetseite sd.slt.biz oder hm.slt.biz User: Schueler. Das Passwort kann bei mir erfragt werden. Bitte beachten Sie dabei die Version; die Aufgabennummern können sich laufend ändern. Der Platz im Buch ist knapp (max. 398 Seiten), deshalb bitte ich die dichte Darstellung (Balkenform / wenig Abstätze) zu entschuldigen.

Der Bezug zu den eingeführten Lehrwerken: Als ich mich wieder einmal über die Bücher der Mittelstufe beschwert habe, sagte mein Kollege Frohberg: '*Wieso*? Mit diesen Büchern können die Schüler sehr gut *zu Hause* lernen'. Es dauerte etwas, bis ich begriff, dass die Bücher zur Eigenarbeit gedacht sind und nicht (unbedingt) zum Unterrichten. Deshalb arbeiten wir in der Schule allein mit *Hurra Mathematik* und die Schüler sollen zu Hause den Unterrichtsstoff mit den Schulbüchern und meinen Aufgabensammlungen weiter vertiefen. Den Bezug zu meinen Übungsaufgabensammlungen (Sd8, Sd9 und Sd10) und den eingeführten Schulbüchern finden Sie am Anfang vieler Abschnitte:

Klasse 8,9:	Neue Wege 4,5, 2007	(=NW4, NW5),
Klasse 8,10:	Lambacher Schweizer 8,10, 2017	(=LS8, LS10),
Klasse 10:	Elemente der Mathematik 6, 2009	(=EM6),
oder Klasse 10:	Lambacher Schweizer 11, 1998	(=LS11),
Klassen 10-12:	Lambacher Schweizer Kursstufe, 'Jahr'	(=KS_{Jahr}),

Folgende Taschenrechner sind Basis der LöVo des Buches: GTR: Texas TI 83; **WTR:** Casio fx-87DEX

Binnendifferenzierung (BD): (thx Trl) BD bezeichnet die individuelle Förderung Einzelner innerhalb einer Lerngruppe. BD kann nur im offenen Unterricht wirkungsvoll praktiziert werden. Deshalb ist es beim lehrerzentrierten Unterricht sinnvoll, diese in die Hausaufgaben zu verlegen. Deshalb finden Sie bei fast allen Aufgaben Indizes, Bsp: c_2). Die Nr. sagt etwas über deren Niveaustufe aus: 1+2= Basisniveau (bis Note 3-4; 6 NP), 3+4= Könnerniveau (bis Note 1-2, 12 NP), 5(+6)= Profiniveau. Bitte beachten Sie dabei, dass für die Niveaustufe nicht nur relevant ist, *was* gefragt wird, sondern auch *wann* es gefragt wird. Die Minimalanforderungen sind immer auf Niveau 1-2. Sonderniveau sind a= Algorithmus, b= Beispiel, e=Einführung, r=Regel, und w= Wiederholung (Niveau b und r müssen als HA ins Regelheft (s.u.) übertragen werden). Eine Niveaukonkretisierung bei Einführungsaufgaben ist schwierig, denn die Aufgabenstellungen sind eher leicht, es wird aber ein Transfer erwartet.

Das Regelheft: (thx Lor, Wg) Sie sollten ein Regelheft (als Hausheft) führen. Im Regelheft sollten alle wichtigen Formeln, sowie Regeln und Algorithmen des Unterrichtes kompakt, evtl. mit einem Beispiel, notiert sein. Sollte eine Aufgabe (idR Lückentext) den Niveauindex r haben, so schreiben Sie die ausgefüllte Variante als Hausaufgabe in Ihr Regelheft ab. Eine Aufgabe mit Index $'b'$ sollte im Unterricht gerechnet werden; die Lösung dieser Aufgabe (eventuell mit Aufgabentext) gehört zu einer Regel und ist ebenfalls ins Regelheft zu übertragen. Außerdem sollten Sie in das Regelheft alle Formeln der Formelsammlung abschreiben, die während des Unterrichtes besprochen wurden. Im Gegensatz zum Regelheft ist das Schulheft ein Arbeitsheft und darf (soll) auch falsche Ansätze oder Durchgestrichenes enthalten. Hausaufgaben und Übungsaufgaben gehören ins Schulheft.

Hausaufgabe sind grundsätzlich alle im Unterricht ausgelassenen Aufgaben. Faustregel: Ein Schüler mit Note n sollten (mindestens) n Aufgaben (pro Unterrichtsstunde) als Hausaufgabe machen (auch wenn dies nicht kontrolliert wird). Eine Aufgabe mit Markierung z.B. $\boxed{\mathbf{f}_2}$) muss von jedem Schüler als Hausaufgabe gemacht werden und wird in den nächsten Stunden kontrolliert. Ag mit ⓐ$_2$) (auch Index 'f') sind gefilmt worden (Youtube Kanal Hans Schmid). Zu allen Aufgaben gibt es Lösungsvorschläge

im Netz; diese sollten aber erst konsultiert werden, wenn Sie einige Zeit erfolglos versucht haben, die Aufgabe zu bearbeiten. Damit entfällt auch die Ausrede: 'Ich konnte die Hausaufgabe nicht machen, weil ich diese nicht verstanden habe'. Sollten Sie (trotz auswendig gelernter Formeln) einmal eine Aufgabe (Ihres Niveaus) nicht herausbekommen, gehen Sie wie folgt vor:
1) Schreiben Sie die Lösungsvorschläge ab.
2) Mailen Sie an Sd@slt.biz die Aufgabe - ich versuche dann die LöVo zu ergänzen; (goto 1).
3) Erwirken Sie über den Kurssprecher im Unterricht eine Besprechung der Aufgabe (bis Niveau 3).

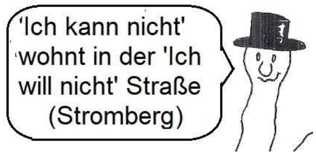
Cartoon 1

Bitte melden Sie mathematische Fehler und auch Rechtschreibfehler sofort (per Mail).

Notentransparenz: Im Regelfall schreibe ich pro Halbjahr 1 bis 3 Tests (diese zählen einfach) und 2 KA (diese zählen doppelt). Die mündliche Leistung werte ich wie einen Test. Diese Note kann durch einen Vortrag bzw. GFS aufgewertet werden. Mit der letzten Arbeit jedes Halbjahres können Sie einen Papier-Streifen mit Ihren bisherigen Leistungen erhalten. Das Erstellen dieses Streifen kann den Datenschutz leicht verletzen. Bitte melden Sie rechtzeitig, wenn Sie sich vor diesen Daten schützen wollen also keinen Streifen wünschen. Wenn Sie einen Streifen haben, können Sie sich in meiner Sprechstunde (nicht im Untericht - zusammen mit Ihrer besten Freundin) zur erteilten Note äußern.

Zwillingsaufgaben (markiert durch einen Index Z) kommen verstärkt ab der Version 6.8 vor und sind Textaufgaben, die neben der eigentlichen Mathematik noch ein kleines Rätsel beinhalten. Gesucht ist meist eine Person (oft mit einem verfremdeten Namen oder anderem Geschlecht), eine Erzählung oder ein Ereignis; die Lösung wird im Unterricht nicht besprochen und kann in den LöVo auf Sd.SLT.biz nachgeschlagen werden. Aufgaben mit Index 'g' haben einen geschichtlichen Bezug.

Is nich gibts nicht: Ab Klasse 11 findet jeder Unterricht (auch das Tutorium) statt, selbst wenn auf dem Vertretungsplan 'Entfall' steht. In der Regel werde ich dann von einem Schüler vertreten, der mit Ihnen Übungsaufgaben oder KA Besprechungen macht.



1.1 Formelsammlung

Zum Geleit: Matheformeln auswendig lernen - ist in Mathe nicht viel mehr das Verständnis entscheidend? Man muss doch nicht wissen wie's geht sondern nur wissen wo's steht. NEIN! Entscheidend ist, dass man überhaupt weiß, wofür es eine Formel gibt und durch die Formeln Zusammenhänge erst klar werden. Wissen Sie, was die Formel $a^2 + b^2 = |a + ib|^2$ bedeutet? Nein? Aber Sie wissen, dass diese Formel von Formel 29 abstammt, und damit haben Sie schon einen Großteil verstanden. Und Formeln geben Ihnen die Sicherheit in einer Prüfung das Richtige zu tun. Übrigens: Bei einer Sprache verzichten Sie auch nicht aufs Vokabeln lernen, wenn Sie doch ein Wörterbuch haben ☺.

Bitte beachten Sie, dass sowohl die Formelsammlung als auch die Minimalanforderungen (am Ende jeder Unterrichtseinheit) nur als Basis für die weiteren Kapitel zu verstehen sind. Eine KA Vorbereitung sollte weit mehr beinhalten. Besonders relevant zur KA Vorbereitung (für den Reproduktionsteil) sind Aufgaben mit der Markierung (KA_X) ($X \in \{$'B'asis, 'L'okal, 'G'obal, 'Z'entral$\}$; optional bis zur Markierung ($\overline{KA}$)). Und denken Sie immer dran: Wenn Sie in einer KA nur Falsches hinschreiben, gibt es 0 Punkte, wenn Sie aber nichts hinschreiben, werden es auch nicht mehr (falsch $\geq$ nichts).

Merkwürdig wenn Sie das Wort hören, denken Sie an sonderbar skurril - im eigentlichen Sinne bedeutet es aber es ist würdig, es sich zu merken. Wenn Sie Information mit einem durchaus merkwürdigen Bild kombinieren, so können Sie sich diesen oft viel besser merken. Ziel ist es, jede Formel mit einem merkwürdigen erklärenden Bild zu versehen. Vorschläge sind willkommen (zB Formel 11).

Folgende Formeln sind unbedingt auswendig zu lernen; (W) bedeutet dabei 'wichtig'; (A) 'auswendig'; (Z) 'zentral'. Zentrale Formeln sind praktisch Voraussetzung für jede Unterrichtseinheit. Die Formelsammlung ist nicht unbedingt vollständig. Weitere Formeln dürfen gerne auch gelernt werden.

Taucht im Aufgabentext der Hinweis **(Formel 1)** auf, so wird die Formel 1 an dieser Stelle eingeführt. Weitere Erwähnungen sind mit F1 gekennzeichnet. Vielen Dank an Familie Tressel und allen Formelsammlern für die Mithilfe.

1.1.1 Formelsammlung bis Klasse 7

1. (A) Die ersten 20 Quadratzahlen sind: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400; $25^2 = 625$; Kubikzahlen: $2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125$.

   (A) Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl >1, die nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist. Die ersten acht Primzahlen sind 2,3,5,7,11,13,17,19.

2. (A) Ein Term ist immer nach der Verknüpfung benannt, die als letztes ausgeführt wird.

3. (Z) Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$, dann gilt das Kommutativgesetz $a + b = b + a$, das Assoziativgesetz $a + (b + c) = (a + b) + c$ und das Distributivgesetz $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$;

4. (A) Bei einem Kreis mit Radius r gilt: $U = 2 \cdot \pi \cdot r$, $A = \pi \cdot r^2$.

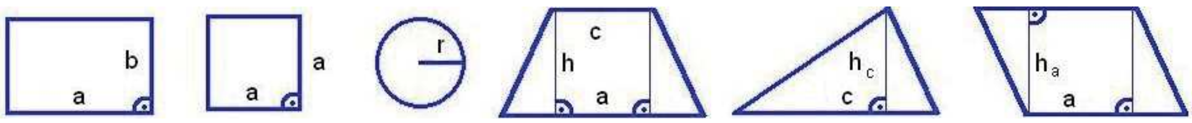


Abb. 1 *Rechteck Quadrat Kreis Trapez Dreieck Parallelogramm*

5. (A) Flächenberechnung von Dreiecken bzw. Vierecken:

Quadrat:	$A = a^2$,	
Rechteck:	$A = a \cdot b$	Länge mal Breite,
Parallelogramm:	$A = g \cdot h$	Grundseite mal Höhe,
Dreieck:	$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$	Grundseite mal Höhe durch zwei,
Trapez:	$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	mit $a \| c$ und Höhe h.

6. (A, Ag 60/134) (Vermehrter / verminderter Grundwert) Ein Bestand wächst mit p Prozent pro Zeitschritt, dann gilt für den Wachstumsfaktor q: $q = 1 + \frac{p}{100}$.

7. (W) Der Schwerpunkt S eines Dreiecks teilt die Schwerlinie im Verhältnis 2:1.

8. (W) $a \cdot b = \text{ggT}(a, b) \cdot \text{ kgV}(a, b)$.

9. (W) 'Der kleine Gauß:' $1 + 2 + 3 + 4 + .. + n = \frac{n^2+n}{2}$;

10. (Z) Die Steigung m einer Geraden durch $P(x_1; y_1)$ und $Q(x_2; y_2)$ mit $x_1 \neq x_2$ berechnen wir mit

$$\text{Zwei-Punkte-Formel (ZPF):} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

    Angela Merkel [m] fährt auf ihren Ski [=] den Berg hoch gegen ein Haus, dass zu Bruch geht. Im oberen Stockwerk der Ruine [Bruch] wirft ein Sektglas, dass mit Schwanenblut [y_2] gefüllt ist einen Speer [−] auf ein anderes Sektglas und trifft dessen Kerze [y_1]. Im unteren Stockwerk wird ein Andreaskreuz vom Schwanenblut [x_2] betropft der Speer [−] fällt auf ein anderes Andreaskreuz, welches die mit Glück die Kerze auffängt [x_1].

11. (Z) Die Gleichung einer Geraden mit der Steigung m durch $P(x_1; y_1)$ ist

$$\text{Punkt-Steigungs-Form (PSF):} \quad y = m \cdot (x - x_1) + y_1.$$

    Ein Sektglas [y] steht auf zwei Skiern [=] und fährt einen Berg hinauf. Oben steht Angela Merkel [m] mit einem roten Muttermal [·] am Bein. Sie öffnet eine Türe [( ] und man sieht eine