

**Anwendung der Differenzialrechnung, insbesondere:**

|                                                   |                |           |        |
|---------------------------------------------------|----------------|-----------|--------|
| Extremwertbestimmungen, auch mit Nebenbedingungen | Abs. 92/5.1.3, | 152/6.2.5 | Kl. 10 |
|---------------------------------------------------|----------------|-----------|--------|

**Stammfunktionen:**

|                                                |                 |            |        |
|------------------------------------------------|-----------------|------------|--------|
| Summenregel, Faktorregel, lineare Substitution | Abs. 181/7.1.8, | 183/7.1.10 | Kl. 11 |
|------------------------------------------------|-----------------|------------|--------|

|                                                         |                |           |        |
|---------------------------------------------------------|----------------|-----------|--------|
| Integralfkt, Hauptsatz der Differential- und Integralrg | Abs. 179/7.1.5 | 180/7.1.6 | Kl. 11 |
|---------------------------------------------------------|----------------|-----------|--------|

**Anwendungen der Integralrechnung:**

|                                |                  |            |        |
|--------------------------------|------------------|------------|--------|
| Berechnung von Flächeninhalten | Abs. 184/7.1.11, | 184/7.1.12 | Kl. 11 |
|--------------------------------|------------------|------------|--------|

|                                                       |                 |            |        |
|-------------------------------------------------------|-----------------|------------|--------|
| (nicht ab 24) Ber. unbegrenzter Flächen + Mittelwerte | Abs. 185/7.1.13 | 187/7.1.15 | Kl. 11 |
|-------------------------------------------------------|-----------------|------------|--------|

|                                                       |                |            |        |
|-------------------------------------------------------|----------------|------------|--------|
| rekonstruierter Bestand, Volumen von Rotationskörpern | Abs. 182/7.1.9 | 186/7.1.14 | Kl. 11 |
|-------------------------------------------------------|----------------|------------|--------|

nicht: Folgen (Abs. 60/4.2), Iterationen (zB Newton), Differenzialgleichungen (Abs. 203/8.1)

**16.4.3 Analytische Geometrie: (Im Wahlteil 12.5 VP)**

|                            |                  |            |        |
|----------------------------|------------------|------------|--------|
| Vektor, Ortsvektor, Betrag | Abs. 255/10.1.4, | 254/10.1.2 | Kl. 10 |
|----------------------------|------------------|------------|--------|

|                            |                  |             |        |
|----------------------------|------------------|-------------|--------|
| Linearkombination, Geraden | Abs. 257/10.1.9, | 257/10.1.10 | Kl. 10 |
|----------------------------|------------------|-------------|--------|

|                                                  |               |  |        |
|--------------------------------------------------|---------------|--|--------|
| Ebenen (Parameter-, Koordinaten-, Normalenform), | Abs. 266/10.3 |  | Kl. 12 |
|--------------------------------------------------|---------------|--|--------|

|                            |              |         |           |
|----------------------------|--------------|---------|-----------|
| Geraden- und Ebenenscharen | Ag. 260/677, | 271/724 | Kl. 10+12 |
|----------------------------|--------------|---------|-----------|

|                 |                   |             |            |           |
|-----------------|-------------------|-------------|------------|-----------|
| Lagebeziehungen | Abs: 259/10.1.12, | 269/10.3.5, | 270/10.3.7 | Kl. 10+12 |
|-----------------|-------------------|-------------|------------|-----------|

|                                              |                |          |           |
|----------------------------------------------|----------------|----------|-----------|
| Skalarprodukt, Orthogonalität, Vektorprodukt | Abs. 263/10.2, | 272/10.4 | Kl. 10+11 |
|----------------------------------------------|----------------|----------|-----------|

|                                               |                  |          |           |
|-----------------------------------------------|------------------|----------|-----------|
| Spiegelungen Abstands- und Winkelberechnungen | Abs. 255/10.1.5, | 276/10.5 | Kl. 10+12 |
|-----------------------------------------------|------------------|----------|-----------|

|                              |                 |  |           |
|------------------------------|-----------------|--|-----------|
| Abstand windschiefer Geraden | Abs. 278/10.5.6 |  | Kl. 10+11 |
|------------------------------|-----------------|--|-----------|

|                                  |               |  |        |
|----------------------------------|---------------|--|--------|
| Flächen- und Volumenberechnungen | Abs. 272/10.4 |  | Kl. 12 |
|----------------------------------|---------------|--|--------|

**zeichnerische Darstellung von Objekten im Raum:**

|                                       |                  |            |           |
|---------------------------------------|------------------|------------|-----------|
| Schrägbilder, Spurpunkte, Spurgeraden | Abs. 253/10.1.1, | 270/10.3.6 | Kl. 10+12 |
|---------------------------------------|------------------|------------|-----------|

**Anwendung der analytischen Geometrie:**

|                                     |                   |            |           |
|-------------------------------------|-------------------|------------|-----------|
| Beschreibung von Bewegungen im Raum | Abs: 261/10.1.14, | 279/10.5.7 | Kl. 10+12 |
|-------------------------------------|-------------------|------------|-----------|

|                                               |                 |  |        |
|-----------------------------------------------|-----------------|--|--------|
| nicht ab 2024: Beweise mit Hilfe von Vektoren | Abs. 265/10.2.4 |  | Kl. 11 |
|-----------------------------------------------|-----------------|--|--------|

nicht: Verfahren des geschlossenen Vektorzugs (Abs. 275/10.4.5)

**16.4.4 Stochastik: (Im Wahlteil 12.5 VP)**

|                               |                 |  |         |
|-------------------------------|-----------------|--|---------|
| Wahrscheinlichkeitsverteilung | Abs. 323/12.1.4 |  | Kl. 8+9 |
|-------------------------------|-----------------|--|---------|

|                                                   |                 |  |         |
|---------------------------------------------------|-----------------|--|---------|
| mehrstufige Zufallsexperimente, Bäume, Pfadregeln | Abs. 324/12.1.5 |  | Kl. 8+9 |
|---------------------------------------------------|-----------------|--|---------|

|                                                  |                 |  |       |
|--------------------------------------------------|-----------------|--|-------|
| Erwartungswert, Neu: Standardabweichung, Varianz | Abs. 328/12.2.2 |  | Kl. 9 |
|--------------------------------------------------|-----------------|--|-------|

|                                                     |                 |  |        |
|-----------------------------------------------------|-----------------|--|--------|
| nicht ab 2024: stetige Zufallsgröße, Dichtefunktion | Abs. 363/13.2.1 |  | Kl. 11 |
|-----------------------------------------------------|-----------------|--|--------|

|                                          |                   |            |        |
|------------------------------------------|-------------------|------------|--------|
| Formel von Bernoulli, Binomialverteilung | Abs. 343/12.3.5 - | 345/12.3.6 | Kl. 10 |
|------------------------------------------|-------------------|------------|--------|

|                                                |                  |            |        |
|------------------------------------------------|------------------|------------|--------|
| Erwartungswert, Standardabweichung Histogramme | Abs. 348/12.3.7, | 348/12.3.8 | Kl. 10 |
|------------------------------------------------|------------------|------------|--------|

**Testen von Hypothesen mithilfe der Binomialverteilung**

|                            |                   |            |        |
|----------------------------|-------------------|------------|--------|
| ein- und zweiseitiger Test | Abs. 355/13.1.1 - | 360/13.1.4 | Kl. 11 |
|----------------------------|-------------------|------------|--------|

|                      |                  |            |        |
|----------------------|------------------|------------|--------|
| Fehler 1. und 2. Art | Abs. 355/13.1.1, | 360/13.1.5 | Kl. 11 |
|----------------------|------------------|------------|--------|

|                                                            |               |  |        |
|------------------------------------------------------------|---------------|--|--------|
| Normalverteilung (Dichte, $\mu$ , $\sigma$ , Glockenkurve) | Abs. 363/13.2 |  | Kl. 11 |
|------------------------------------------------------------|---------------|--|--------|

**16.5 Die Abituraufgaben '23-'25, Filme: <http://Abi25.slt.biz>****16.5.1 Pflichtteil Abitur 2025 Filme: <http://Abi25.slt.biz>**

Was sollte ich vom Abitur 2025 nach welcher Unterrichtseinheit können?

**Kl. 10:** P1a, P2b, P4, W2a, W5, W6, I 1.1abd, I 1.2, III 1a-d, III 2ef

**UE 11<sub>2</sub>:** W1, I 2.1 **UE 11<sub>3</sub>:** P1b, P2a, W2b, I 1.1ce, **UE 11<sub>4</sub>:** I 2.2,

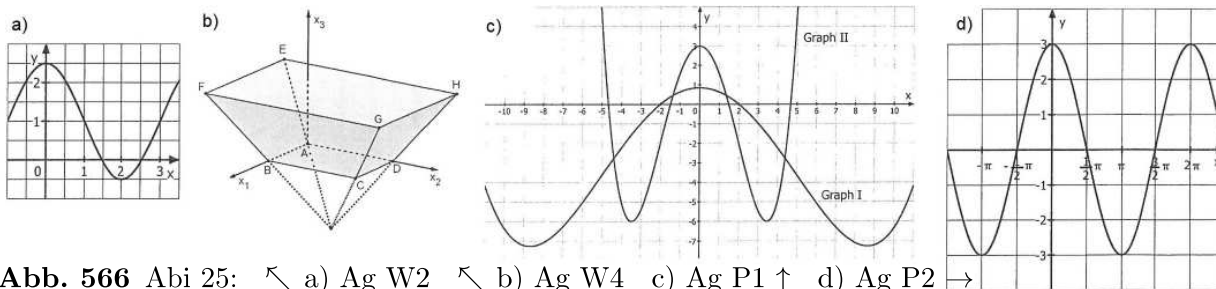
**UE 12<sub>1</sub>:** P3, W4, II 2\{d} **UE 12<sub>4</sub>:** W3, II 1, II 2d, **UE 11<sub>7</sub>:** III 1ef **UE 11<sub>8</sub>:** III 2a-d,g

**Aufgabe P1:** Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$ .

$a_1$ ) (Nach Abs 150/6.2.4, Kl.10, BA9 150/361g) Es gilt  $f'(2) \neq 0$ . Zeigen Sie, dass 2 eine Extremstelle

von  $f$  ist. (2 BE) **b<sub>2</sub>)** (Nach Abs 187/7.1.15, Kl.11, (BAG 185/482)) Einer der in Abb. 1015/566c abgebildeten Graphen I und II ist der Graph einer Stammfkt von  $f$ . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe. (3 BE)

**Aufgabe P2:** Abb. 1015/566d zeigt den Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$ . a<sub>1</sub>) (1 BE, nach Abs 187/7.1.15, Kl.11, BAG 183/475) Geben Sie den Wert des Integrals  $\int_0^\pi f(x) dx$  an. **b<sub>2</sub>)** (4 BE, nach Abs 112/5.4, Kl.10, BAG 158/391) Die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $g$  ist gegeben durch  $g(x) = a \cdot f(x) + b \cdot x$  mit reellen Zahlen  $a$  und  $b$ . Die Punkte  $(0 | -3)$  und  $(\frac{\pi}{2} | \frac{3\pi}{4})$  liegen auf dem Graphen von  $g$ . Ermitteln Sie  $a$  und  $b$ .



**Abb. 566** Abi 25: ↖ a) Ag W2 ↖ b) Ag W4 c) Ag P1 ↑ d) Ag P2 →

**Aufgabe P3:** (Nach Abs 266/10.3, Kl.12) Abb. 1016/567a zeigt einen Würfel  $ABCDEFGH$  der Kantenlänge 4 in einem Koordinatensystem. Drei Seitenflächen dieses Würfels liegen in Koordinatenebenen. Die Ebene  $K$  enthält die Punkte  $A(0|0|0)$ ,  $B(4|0|0)$  und den Mittelpunkt der Kante  $\overline{FG}$ .

a<sub>1</sub>) (BAG 270/718) Die Ebene  $K$  teilt den Würfel in zwei Teilkörper. Berechnen Sie das Volumen des kleineren Teilkörpers. (2 BE)

b<sub>2</sub>) (BAG 255/661) Eine zweite Ebene  $L$  enthält die Punkte  $E$  und  $F$  sowie den Mittelpunkt der Kante  $\overline{BC}$ . Zeichnen Sie die Schnittfigur dieser Ebene mit dem Würfel in Abb. 1016/567a in der Anlage ein und geben Sie eine Gleichung der Schnittgerade der Ebenen  $K$  und  $L$  an. (3 BE)

**Aufgabe P4:** (Nach Abs 327/12.2, Kl.9, BAG 330/813) Bei einem Spiel wird ein Würfel zweimal geworfen. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.

a<sub>1</sub>) (2 BE) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, bei keinem der beiden Würfe die Zahl 3 zu erzielen,  $\frac{25}{36}$  beträgt. **b<sub>2</sub>)** Der Einsatz bei diesem Spiel beträgt 2 Euro. Je nachdem, wie oft dabei die Zahl 3 erzielt wird, werden folgende Auszahlungen getätigt: Bei keiner Drei: Null Euro, bei einer Drei: 5 Euro, bei zwei Dreien:  $x$  Euro. Bei wiederholter Durchführung des Spiels ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht Einsätze und Auszahlungen ausgleichen. Ermitteln Sie den Wert von  $x$ . (3 BE)

**Wahlaufgaben** Bearbeiten Sie **zwei** der Aufgaben W1 bis W6.

**Aufgabe W1:** (5 BE, nach Abs 163/6.3, Kl.11, BAG 160/399) **a<sub>2</sub>)** Für jedes  $a > 0$  ist eine in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f_a(x)$  gegeben durch  $f_a(x) = x \cdot e^{\frac{x}{a}}$ . Der Graph jeder Funktion  $f_a$  besitzt einen Extrempunkt  $E_a$ . Weisen Sie nach, dass es eine Ursprungsgerade gibt, auf der alle Punkte  $E_a$  liegen.

**Aufgabe W2:** In Abb. 1015/566a ist der Graph der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = a \cdot \cos(\frac{\pi}{2} \cdot x) + b$  abgebildet; dabei sind  $a$  und  $b$  reelle Zahlen.

a<sub>1</sub>) (Nach Abs 112/5.4, Kl.10, BAG 158/391) Geben Sie die Werte von  $a$  und  $b$  an (2 BE).

b<sub>4</sub>) (3 BE, nach Abs 187/7.1.15, Kl.11, BAG 184/481) Gegeben ist die Funktion  $J_0$  durch  $J_0(x) = \int_0^x f(t) dt$  mit  $x \in ]0; \infty[$ . Begründen Sie ohne Rechnung, dass der Graph von  $J_0$  keinen Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse hat.

**Aufgabe W3:** (5 BE, nach Abs 276/10.5, Kl.12, BAG 261/683) **a<sub>3</sub>)** Die Punkte  $A(8|0|0)$ ,  $B(0|6|0)$  und  $C(4|3|10)$  sind die Eckpunkte eines gleichschenkligen Dreiecks mit Basis  $AB$ . Das Dreieck  $ABC$  wird so um die Achse  $AB$  gedreht, dass der entstehende Punkt  $C^*$  in der  $x_1, x_2$ -Ebene liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten eines möglichen Punkts  $C^*$ .

**Aufgabe W4:** (Nach Abs 266/10.3, Kl.12) Der in Abb. 1015/566b abgebildete Körper  $ABCDEFGH$  ist Teil einer geraden Pyramide mit rechteckiger Grundfläche  $EFGH$ . Die Rechtecke  $ABCD$  und

$EFGH$  liegen in zwei zueinander parallelen Ebenen mit dem Abstand 5. Der Flächeninhalt von  $EFGH$  ist viermal so groß wie der von  $ABCD$ . Es gilt:  $A(0|0|0)$ ,  $B(4|0|0)$ ,  $C(4|6|0)$  und  $D(0|6|0)$ .  $\downarrow$  (1 BE)

a<sub>1</sub>) (BAg 270/718) Geben Sie eine Gleichung einer der beiden Symmetrieebenen des Körpers

$ABCDEFGH$  an. b<sub>3</sub>) (BAg 261/683) Begründen Sie, dass die Koordinaten des Punkts  $F$  mit

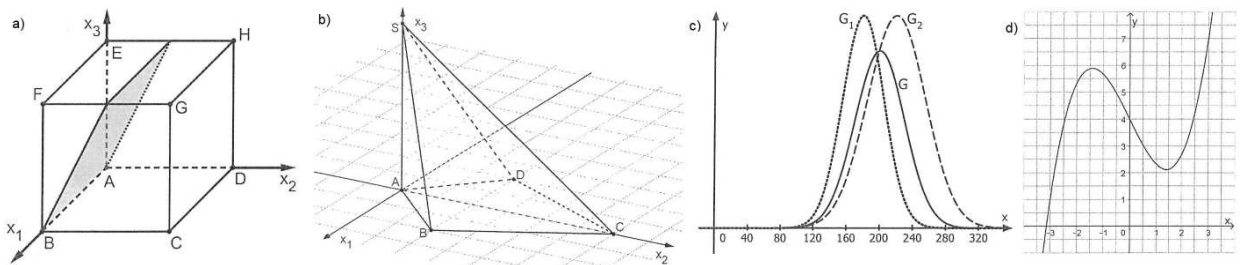
folgendem Term ermittelt werden können:  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \left( \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$  (4 BE).

**Aufgabe W5:** (Nach Abs 327/12.2, Kl.9, BAg 330/813) Betrachtet wird ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind.

a<sub>1</sub>) Der Würfel wird zweimal geworfen. Die Zufallsgröße  $\mathcal{X}$  gibt das Produkt der dabei erzielten Zahlen an. Begründen Sie, dass  $P(\mathcal{X} = 10) = P(\mathcal{X} = 15)$  ist. (2 BE)

b<sub>3</sub>) Nun wird der Würfel  $n$ -mal geworfen, wobei  $n$  größer als 2 ist. Ermitteln Sie einen Term, mit dem man die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis berechnen kann: 'Das Produkt der  $n$  erzielten Zahlen ist 2, 3 oder 5.' (3 BE)

**Aufgabe W6:** (5 BE, Nach Abs 327/12.2, Kl.9, BAg 334/822) <sub>3</sub>) Zu einem Zufallsexperiment werden zwei stochastisch unabhängige Ereignisse  $A$  und  $B$  betrachtet. Es gilt  $P(B) = P(A) + 0.64$  sowie  $P(A \cap \bar{B}) = 0.04$ . Bestimmen Sie  $P(A)$ .



**Abb. 567** Abi 2025: a) Ag P3 b) Ag II 1  $\uparrow$  c) Ag III 2  $\uparrow$  d) Ag I 1.1  $\uparrow$

### 16.5.2 Wahlteil Abitur 2025 Filme: <http://Abi25.slt.biz>

**Aufgabe I 1.1** (Nach Abs 150/6.2.4, Kl.10) Betrachtet wird die Schar der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $f_a$  mit  $f_a(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax + 2a$  mit  $a \in \mathbb{R}$ . Abb 1016/567d zeigt einen Graphen der Schar.

a<sub>2</sub>) (BAg 160/401) Der Graph aus Abb 567d verläuft durch den Punkt  $(0|4)$ . Begründen Sie, dass es sich um den Graphen von  $f_2$  handelt. (2 BE)

b<sub>1</sub>) (BAg 151/365) Zeigen Sie rechnerisch, dass jeder Graph der Schar genau einen Wendepunkt besitzt, und geben Sie dessen Koordinaten an. (5 BE)

c<sub>1</sub>) (4 BE, nach Abs 187/7.1.15, Kl.11, BAg 183/475) Bestimmen Sie denjenigen Wert von  $a$ , für den  $\int_0^2 f_a(x) dx = 0$  gilt.

Betrachtet wird im Folgenden die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 4$ . Die Funktion  $f$  entspricht der Funktion  $f_2$  der Schar, Abb. 1016/567d zeigt somit den Graphen  $G_f$  von  $f$ . Dieser ist symmetrisch bezüglich des Punkts  $(0|4)$ . Die Tangente an  $G_f$  im Punkt  $P(3|f(3))$  wird mit  $t$  bezeichnet;  $y = 7x - 14$  ist eine Gleichung von  $t$ .

d<sub>2</sub>) (BAg 106/257) Zeigen Sie rechnerisch anhand geeigneter Termumformungen, dass  $f(x) - (7x - 14) = \frac{1}{3} \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 6)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt. Begründen Sie mithilfe dieses Zusammenhangs, dass  $t$  und  $G_f$  neben  $P$  genau einen weiteren gemeinsamen Punkt besitzen. (6 BE)

e<sub>4</sub>) (Nach Abs 187/7.1.15, Kl.11) Betrachtet wird die Gleichung  $\int_k^{k+1} f(x) dx = 4$  mit  $k \in \mathbb{R}$ .

(BAg 184/481) Für  $-1.5 < k < 1.5$  besitzt diese Gleichung genau eine Lösung. Untersuchen Sie mithilfe von Abb. 1016/567d, wie viele Lösungen diese Gleichung für  $k \geq 1.5$  besitzt. (4 BE)

**Aufgabe I 1.2** (Nach Abs 150/6.2.4, Kl.10) Die Länge einer Fahrstrecke, die ein Elektroauto mit vollständig geladener Batterie ohne erneutes Aufladen unter bestimmten Bedingungen zurücklegen

kann, wird als Nennreichweite des Elektroautos bezeichnet und ist für jedes Elektroauto ein fester Wert. Die tatsächliche Reichweite hängt von vielen Faktoren ab; im Folgenden wird ausschließlich die Abhängigkeit von der Außentemperatur betrachtet. Diese Abhängigkeit kann für eine Vielzahl von Elektroautos modellhaft im Intervall  $[-12; 36]$  durch eine Funktion  $r$  beschrieben werden. Dabei ist  $x$  die Außentemperatur in  $^{\circ}\text{C}$  und  $r(x)$  der Quotient aus der tatsächlichen Reichweite eines Elektroautos und dessen Nennreichweite. 1017/568 b zeigt den Graphen der Funktion  $r$ . Hat also  $r$  beispielsweise für eine bestimmte Außentemperatur den Wert 0.6, so beträgt die tatsächliche Reichweite eines Elektroautos bei dieser Außentemperatur 60% seiner Nennreichweite.

(BAG 188/494) Im Folgenden werden nur Temperaturen im Bereich von  $-12^{\circ}\text{C}$  bis  $36^{\circ}\text{C}$  sowie Elektroautos betrachtet, bei denen der durch die Funktion  $r$  beschriebene Zusammenhang gilt.  $\downarrow$  (4 BE)

a<sub>1</sub>) Geben Sie anhand von Abb. 1017/568 b die Koordinaten des Hochpunkts des Graphen von  $r$  an. Beschreiben Sie die Bedeutung des Hochpunkts und seiner Koordinaten im Sachzusammenhang.

b<sub>2</sub>) Die Nennreichweite eines Elektroautos  $A$  beträgt 320 km, die Nennreichweite eines Elektroautos  $B$  beträgt 500 km. Bestimmen Sie mithilfe von Abbildung 2 eine Außentemperatur, bei der das Elektroauto  $A$  dieselbe tatsächliche Reichweite besitzt wie das Elektroauto  $B$  bei einer Außentemperatur von  $0^{\circ}\text{C}$ . (5 BE)

**Aufgabe I 2.1** (Nach Abs 163/6.3, Kl.11, BAG 166/413) In einem Tierpark soll ein Tier mit Hilfe einer Diät abnehmen. Die Masse dieses Tieres wird für  $t \geq 0$  durch die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(t) = 36 \cdot e^{-0.05t} + 80$  beschrieben ( $t$  in Wochen nach Beginn der Diät,  $f(t)$  in Kilogramm).

a<sub>1</sub>) Bestimmen Sie die Masse des Tieres sechs Wochen nach Beginn der Diät. (1 BE)

b<sub>1</sub>) Geben Sie die Masse an, die das Tier auf lange Sicht erreicht. (1 BE)  $\downarrow$  (4 BE)

c<sub>2</sub>) Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem das Tier 25% seiner Masse seit Beginn der Diät verloren hat.

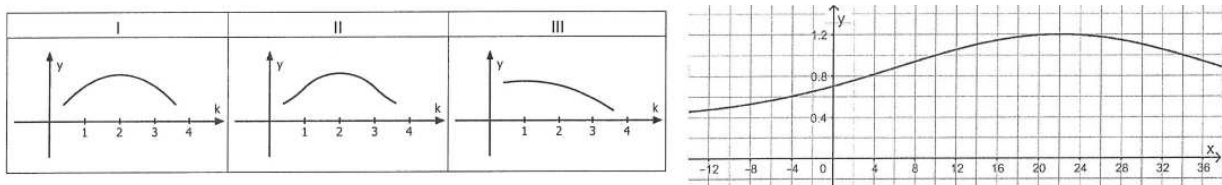
d<sub>2</sub>) Bestimmen Sie die momentane Abnahme der Masse des Tieres zum Zeitpunkt  $t=8$ . (3 BE)

e<sub>2</sub>) Für alle  $t > 0$  gilt  $f'(t) < 0$  und  $f''(t) > 0$ . Geben Sie die Bedeutung dieser Aussage im Sachzusammenhang an. (2 BE)

(BAG 170/430d) Für die Funktion  $h$  gilt  $h(f(t)) = t$  für  $t \in \mathbb{R}$ .

f<sub>3</sub>) Bestimmen Sie einen Term der Funktion  $h$ . (3 BE)

g<sub>3</sub>) Für zwei reelle Zahlen  $v$  und  $w$  gilt  $h(v) = w$ . Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang. (2 BE)



**Abb. 568** Abi 2025:  $\uparrow$  a) Ag II 2 (Graph von  $f$ )

b) Ag I 1.2  $\uparrow$

**Aufgabe I 2.2** (Nach Abs 121/5.5, Kl.11) Für jedes  $a > 0$  ist eine Funktion  $g_a$  gegeben durch  $g_a(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{a \cdot x}$  mit maximalem Definitionsbereich.  $G_a$  ist der Graph von  $g_a$ .

a<sub>1</sub>) (BAG 122/303) Geben Sie eine Gleichung der senkrechten Asymptote von  $G_a$  an. (1 BE)

b<sub>2</sub>) (BAG 188/497) Zeigen Sie, dass für alle  $a > 0$  gilt:  $\int_1^e g_a(x) dx < 1 - \frac{1}{e}$ . (4 BE)

Jeder Graph  $G_a$  besitzt genau einen Punkt  $P_a$  mit waagerechter Tangente.

c<sub>2</sub>) (BAG 160/398) Weisen Sie nach, dass  $P_a$  die  $x$ -Koordinate  $2a$  besitzt. (3 BE)

Für jeden Wert von  $a$  gilt:  $N_a$  ist der Schnittpunkt von  $G_a$  mit der  $x$ -Achse.

d<sub>3</sub>) BAg 147/350c Der Kreis  $K_a$  hat den Mittelpunkt  $P_a$  und verläuft durch  $N_a$ . Bestimmen Sie denjenigen Wert von  $a$ , für den  $K_a$  die  $y$ -Achse berührt. (6 BE)

**Aufgabe II 1** (Nach Abs 276/10.5, Kl.12) Abb. 1016/567b zeigt die Pyramide  $ABCD$ . Ihre Grundfläche  $ABCD$  ist ein Drachenviereck mit den Eckpunkten  $A(0|0|0)$ ,  $B(2|2|0)$ ,  $C(0|6|0)$  und  $D(-2|2|0)$ . Die Spitze der Pyramide liegt im Punkt  $S(0|0|6)$ .

a<sub>1</sub>) (BAg 256/664) Berechnen Sie die Länge der kürzesten der acht Kanten sowie das Volumen der Pyramide  $ABCD$ . Die Seitenfläche  $BCS$  der Pyramide liegt in der Ebene  $E$ . (4 BE)

b<sub>3</sub>) (BAgn 267/708 + 268/712) Betrachtet werden die Vektoren  $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ , deren Koordinaten nicht alle gleich null sind. Begründen Sie, dass ein solcher Vektor, für den  $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$  und  $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$  gilt, ein Normalenvektor von  $E$  ist. (3 BE)

c<sub>1</sub>) (BAg 276/740) Die Ebene  $E$  hat die Gleichung  $2x_1 + x_2 + x_3 = 6$ . Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den  $E$  mit der  $x_1x_2$ -Ebene einschließt. (3 BE)

Gegeben ist die Schar der Ebenen  $F_K : k \cdot x_2 + (k - 2) \cdot x_3 = 2k$  mit  $k \in ]0; 3[$ . Jede Ebene  $F_k$  der Schar schneidet die Pyramide  $ABCD$  in einem Dreieck  $BDQ_k$ , wobei der Pkt  $Q_k$  auf der Strecke  $SC$  liegt.

d<sub>2</sub>) (BAg 270/718) Geben Sie eine Gleichung der Ebene  $F_2$  an und zeichnen Sie in Abb 1016/567 die Schnittfigur von  $F_2$  mit der Pyramide  $ABCD$  ein. (4 BE)

e<sub>3</sub>) (BAg 153/373d) Es gibt einen Wert von  $k$ , für den der Flächeninhalt des Dreiecks  $BDQ_k$  minimal ist. Ermitteln Sie diesen Wert. (6 BE)

**Aufgabe II 2** (Nach Abs 266/10.3, Kl.12) Gegeben ist die Ebene  $F : x_1 - 3x_2 - x_3 = -6$ .

a<sub>1</sub>) (BAg 270/718) Stellen Sie  $F$  in einem Koordinatensystem dar. (2 BE)

b<sub>1</sub>) (BAg 276/740) Berechnen Sie die Größe des Winkels, den  $F$  mit der Ebene  $G : -2x_1 + 6x_2 = 8$  einschließt. (3 BE)

Betrachtet wird die Schar der Ebenen  $E_k : 2x_1 - 6x_2 + (4 - k) \cdot x_3 = -2k$  mit  $k \in \mathbb{R}$ . ↓(1 BE)

c<sub>1</sub>) (BAg 272/726) Die Ebene  $F$  gehört zu dieser Schar. Geben Sie den zugehörigen Wert von  $k$  an.

d<sub>2</sub>) (BAg 276/741, nach Abs 276/10.5, 3 BE) Für einen Wert von  $k$  ist  $E_k$  orthogonal zu  $F$ . Ermitteln Sie diesen Wert von  $k$ .

e<sub>4</sub>) (BAg 153/373d) Für jedes  $k$  mit  $0.4 < k < 3.6$  sind die Spurpunkte von  $E_k$  auf der  $x_1$ - und der  $x_2$ -Achse und der Punkt  $(0|\frac{4}{3}|0)$  die Eckpunkte eines Dreiecks  $D_k$ . Einer der drei abgebildeten Graphen stellt den Flächeninhalt von  $D_k$  in Abhängigkeit von  $k$  dar. Entscheiden Sie, welcher Graph aus Abb 1017/568a das ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung. (4 BE)

f<sub>2-3</sub>) (BAg 271/724) Es gibt eine Gerade  $h$ , die in allen Ebenen der Schar liegt. Ermitteln Sie eine Gleichung von  $h$ . (4 BE)

$$\text{Zur Kontrolle } \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

g<sub>1</sub>) (BAg 269/714) Begründen Sie, dass  $h$  parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene verläuft. (1 BE)

h<sub>3</sub>) (BAg 271/724f) Die Ebene  $J$  enthält die Gerade  $h$ , sie ist jedoch keine Ebene der Schar. Geben Sie eine Gleichung von  $J$  an. (2 BE)

**Aufgabe III 1** (BAg 351/863, nach Abs 338/12.3, Kl.10) Unter den Touristen eines Naturparks nutzen erfahrungsgemäß 14 % das Fahrrad für Ausflüge vor Ort. Im Folgenden werden diese Touristen als Radausflügler bezeichnet. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Touristen des Naturparks die Anzahl der Radausflügler binomialverteilt ist. Für eine Stichprobe werden 300 Touristen des Naturparks zufällig ausgewählt.

a<sub>1</sub>) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in der Stichprobe genau 36 Radausflügler befinden. (1 BE)

b<sub>1</sub>) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Radausflügler in der Stichprobe um mindestens 10 % größer ist als der Erwartungswert für diese Anzahl. (3 BE)

(BAG 332/818) Um den Naturpark als Reiseziel attraktiver zu machen, setzt der dortige Tourismusverband Shuttlebusse ein. Die Fahrkarten für diese Busse können ausschließlich online gebucht werden und sind jeweils für einen bestimmten Tag gültig. Erfahrungsgemäß werden 80 % aller gebuchten Fahrkarten spätestens am Vortag der Fahrt gebucht. Von diesen spätestens am Vortag gebuchten Fahrkarten werden 90 % auch tatsächlich genutzt. Bei den restlichen, erst am Tag der Fahrt gebuchten Fahrkarten liegt dieser Anteil mit 95 % etwas höher.

c<sub>2</sub>) (3 BE) Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. ↓ (3 BE)

d<sub>3</sub>) Betrachtet wird eine zufällig ausgewählte, nicht genutzte Fahrkarte. Beurteilen Sie die folgende Aussage: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Fahrkarte spätestens am Vortag gebucht wurde, ist achtmal so groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie erst am Tag der Fahrt gebucht wurde.

(BAG 362/893, nach Abs 355/13.1) Der Tourismusverband vermutet, dass sich der bisherige Anteil der Radausflügler unter den Touristen von 14 % durch den Einsatz der Shuttlebusse erhöht hat. Die Verantwortlichen planen die Durchführung eines Signifikanztests mit einem Signifikanzniveau von 8 % und der Nullhypothese 'Der Anteil der Radausflügler unter allen Touristen liegt bei höchstens 14 %.' Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Shuttlebusse nur dann weiter zu betreiben, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt wird.

e<sub>2</sub>) Es ist geplant, den Test auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Touristen durchzuführen. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel. (5 BE)

f<sub>4</sub>) Angenommen, der beschriebene Test wird auf der Grundlage einer Stichprobe von nur 200 Touristen durchgeführt. In diesem Fall wird die Nullhypothese abgelehnt, wenn sich unter diesen mehr als 35 Radausflügler befinden. Damit die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art höchstens 15 % beträgt, muss der tatsächliche Anteil der Radausflügler unter allen Touristen mindestens einen bestimmten Wert haben. Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau und beschreiben Sie die Bedeutung des Fehlers zweiter Art im Sachzusammenhang. (5 BE)

**Aufgabe III 2** (BAG 367/905 ab 1, nach Abs 363/13.2, Kl.11) Die Zufallsgröße  $Z$  gibt die Fahrzeit eines Linienbusses zwischen zwei bestimmten Haltestellen an. Sie kann näherungsweise als normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 200$  und der Standardabweichung  $\sigma = 30$  angenommen werden (alle Werte in Sekunden).

a<sub>1</sub>) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer zufällig ausgewählten Fahrt die Fahrzeit zwischen den beiden Haltestellen weniger als 150 Sekunden beträgt. (1 BE)

b<sub>2</sub>) Ermitteln Sie das kleinste Intervall, in dem die Fahrzeit einer zufällig ausgewählten Fahrt mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % liegt. (4 BE)

c<sub>2</sub>) (BAG 351/863) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zehn zufällig ausgewählten Fahrten die Fahrzeit bei genau zwei Fahrten mehr als 220 Sekunden beträgt. (3 BE)

An Markttagen ist die Fahrzeit zwischen den beiden Haltestellen durchschnittlich etwas länger als an den übrigen Tagen. Diese Fahrzeit kann durch die normalverteilte Zufallsgröße  $Z^*$  beschrieben werden.

d<sub>3</sub>) (BAG 367/906) In Abb. 1016/567c ist  $G$  der Graph der Dichtefunktion von  $Z$ . Untersuchen Sie, ob einer der Graphen  $G_1$  und  $G_2$  der Graph der Dichtefunktion von  $Z^*$  sein könnte. (3 BE)

(Nach Abs 327/12.2, Kl.9) Eine Fahrt mit einer Fahrzeit von mehr als 240 Sekunden zwischen den beiden Haltestellen gilt als verspätet. Dies ist bei 9% aller Fahrten der Fall. 20% aller Fahrten finden an Markttagen statt. Ein Viertel der Fahrten an Markttagen ist verspätet. Zu einer zufällig ausgewählten Fahrt werden folgende Ereignisse betrachtet:

V: 'Die Fahrt ist verspätet.'

M: 'Die Fahrt findet an einem Markttag statt.'

↓(4 BE)

e<sub>2</sub>) (BAG 327/807) Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

f<sub>2</sub>) (BAG 332/818) Von den Fahrten ohne Verspätung wird eine Fahrt zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese an einem Tag ohne Markt stattfindet. (2 BE)

g<sub>4</sub>) (BAG 367/905 ab 1, nach Abs 363/13.2, Kl.11, 4 BE) Eine städtische Mitarbeiterin hält 240 Sekunden als Grenze, ab der eine Fahrt als verspätet gilt, für zu streng. Deshalb schlägt sie vor, eine neue Grenze so festzulegen, dass nur noch 15 % der Fahrten an einem Markttag als verspätet gelten. Mit dieser neuen Grenze finden 51% der verspäteten Fahrten an einem Markttag statt. Bestimmen Sie diese neue Grenze.

### 16.5.3 Pflichtteil Abitur 2024 Filme: <http://Abi24.slt.biz>

Was sollte ich vom Abitur 2024 nach welcher Unterrichtseinheit können?

**Kl. 10:** P1b, P4, W1, W4a, W5, W6, I1.1\c, I1.2\d, I.2.2, II.1.1a, II2c, III1a-c+g+h, III2a-d

**UE 11<sub>2</sub>:** P2, I2.1a-c+f,

**UE 11<sub>3</sub>:** P1a, I1.1c, I1.2d, I2.1e+f,

**UE 12<sub>1</sub>:** P3, W2, II.1.1b+c+e+g, II2\c

**UE 12<sub>4</sub>:** W3, W4b, II.1.1df, II2f

**UE 11<sub>7</sub>:** III1d-f

**UE 11<sub>8</sub>:** III2e-h

**Aufgabe P1:** (Nach Abs 187/7.1.15, Kl.11; (BAG 184/481)) Die Abb. 1020/569a zeigt den Graphen  $G_f$  der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2} \cdot x)$ .

a<sub>2</sub>) (2 BE) Beurteilen Sie mithilfe der Abbildung, ob der Wert des Integrals  $\int_{-2}^8 f(x)dx$  negativ ist.

b<sub>2</sub>) (3 BE) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die folgende Aussage zutrifft: Die Tangente an  $G_f$  im Koordinatenursprung ist die Gerade durch die Punkte  $(-1 | -1)$  und  $(1 | 1)$ .

**Aufgabe P2:** (Nach Abs 164/6.3.2; (BAG 167/417))  $G_f$  ist der Graph der Fkt  $f$  mit  $f(x) = e^{2x-1}$ .

a<sub>1</sub>) (2 BE)  $G_f$  besitzt einen Schnittpunkt mit einer Koordinatenachse und eine Asymptote. Geben Sie die Koordinaten dieses Schnittpunkts sowie eine Gleichung dieser Asymptote an.

b<sub>2</sub>) (3 BE)  $G_g$  ist der Graph der Funktion  $g$  mit  $g(x) = e^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x}$ . Es gilt  $g'(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$ . Zeigen Sie, dass sich  $G_g$  und  $G_f$  an der Stelle  $x_0 = \frac{1}{2}$  orthogonal schneiden.

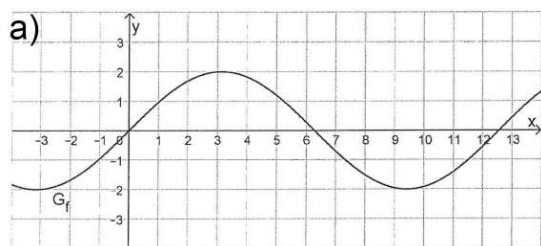
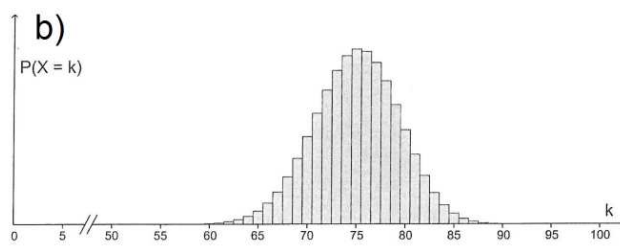


Abb. 569

Aufgabe P1



Aufgabe P4

**Aufgabe P3:** (Nach Abs 266/10.3, (BAG 271/724)) Gegeben ist die Schar der Ebenen

$E_a : 2ax_1 - 4x_2 + (a-2) \cdot x_3 = 12$  mit  $a \in \mathbb{R}$ . **a<sub>1-2</sub>**) (2 BE) Ermitteln Sie denjenigen Wert von  $a$ ,

für den  $E_a$  parallel zur Gerade mit der Gleichung  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  mit  $t \in \mathbb{R}$  verläuft.

b<sub>2</sub>) (3 BE) Prüfen Sie, ob die Ebene mit der Gleichung  $6x_1 - 8x_2 + x_3 = 24$  zur Schar gehört.

**Aufgabe P4:** (Nach Abs 338/12.3 Kl. 10, (BAG 348/857)) Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht. Die binomialverteilte Zufallsgröße  $\mathcal{X}$  beschreibt die Anzahl, wie oft dabei die Farbe 'Blau', die binomialverteilte Zufallsgröße  $\mathcal{Y}$ , wie oft dabei die Farbe 'Gelb' erzielt wird.

a<sub>2</sub>) (BAG 348/856) (2 BE) Begründen Sie, dass  $\mathcal{X}$  und  $\mathcal{Y}$  die gleiche Standardabweichung haben.

b<sub>2-3</sub>) (BAG 348/857h) (3 BE) Der Erwartungswert von  $\mathcal{X}$  ist ganzzahlig. Die Abb. 1020/569b zeigt