16.6 Die Abituraufgaben 2022, 2021, 2020

16.6.1 Pflichtteil Abitur 2022, Aufgabensätze 1+2 (jede Aufgabe ergibt 2.5 VP)

Aufgabe P 1.1: Nach Abs. 176/7.1.15 (Kl. 11) Filme:http://Abi22.slt.biz.
Abb. 928/543a zeigt die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = 4 - \frac{4}{x^2}$ und g mit $g(x) = 15 - 3x^2$, $x > 0$, sowie die Gerade mit der Gleichung $x = 1$, (BAg 174/482).

a_1) Zeigen Sie, dass sich die Graphen von f und g an der Stelle $x_0 = 2$ schneiden. (0.5 VP)

b_2) Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche. (2 VP)

Aufgabe P 1.2: Nach Abs. 176/7.1.15 (Kl. 11). Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und F, wobei F eine Stammfunktion von f ist. Abb. 928/543c) zeigt den Graphen G_F von F, BAg: 174/483. a_{1-2}) Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_1^7 f(x)dx$. (1 VP)

b_{1-2}) Bestimmen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $x_0 = 1$. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in Abb. 928/543c). (1.5 VP)

Aufgabe P 1.3: Kann mit Stoff Klasse 10 (nach Abs. 142/6.2) gelöst werden. Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktionen f_k mit $f_k(x) = x^4 + (2-k) \cdot x^3 - k \cdot x^2$ mit $k \in \mathbb{R}$.

a_1) Begründen Sie, dass der Graph von f_2 symmetrisch bezüglich der y-Achse ist. (0.5 VP), (BAg 103/276).

b_2) Es gibt einen Wert von k, für den $x_w = 1$ eine Wendestelle von f_k ist. Berechnen Sie diesen Wert von k. (2 VP), (BAg 145/371).

Aufgabe P 1.4: Lösbar nach Klasse 10, Abs. 142/6.2 $_{2-3}$) . Ermitteln Sie eine Gleichung derjenigen quadratischen Funktion g, die die beiden folgenden Eigenschaften hat:

(I) Der Graph von g schneidet die Gerade mit der Gleichung $y = -x + 1$ im Punkt $P(0|1)$ unter einem rechten Winkel.
(II) Die x- und die y-Koordinate des Extrempunkts des Graphen von g stimmen überein. (2.5 VP), (BAg 152/397).

Aufgabe P 1.5: Nach Abs. 265/10.5.5. Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$, und die Ebene $E: 3x_1 - x_3 = -2$.

a_1) Begründen Sie, dass g orthogonal zu E ist. (0.5 VP), (BAg 264/743).

b_{3-4}) Die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$, hat mit E keinen gemeinsamen Punkt (BAg 264/745).

Es gibt Geraden, die in E liegen und parallel zu h verlaufen. Bestimmen Sie eine Gleichung derjenigen dieser Geraden, die von h den kleinsten Abstand hat. (2 VP)

Aufgabe P 1.6: Nach Abs. 265/10.5.5. Wird der Punkt $P(1[2|3)$ an der Ebene E gespiegelt, so ergibt sich der Punkt $Q(7|2|11)$.

a_{2-3}) Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. (1.5 VP), (BAg 267/759b).

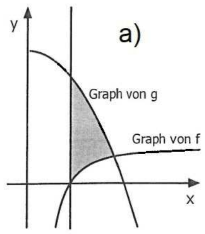
b_3) Auf der Gerade durch P und Q liegen die Punkte R und S symmetrisch bezüglich E; dabei liegt R bezüglich E auf der gleichen Seite wie P. Der Abstand von R und S ist doppelt so groß wie der Abstand von P und Q. Bestimmen Sie die Koordinaten von R. (1 VP), (BAg 247/671).

Aufgabe P 1.7: Lösbar nach Klasse 10, Abs. 330/12.3.9. Die Zufallsgröße $\mathcal{X}$ ist binomialverteilt mit den Parametern n und $p = 0.5$. Sie hat den Erwartungswert $\mu = 18$, (BAg 328/856).

a_{1-2}) Bestimmen Sie den Wert von n und die Standardabweichung von $\mathcal{X}$. (1.5 VP), (BAg 330/858).

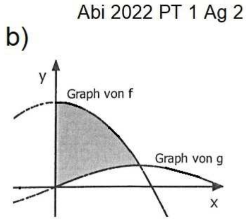
b_2) Entscheiden Sie, ob $P(\mathcal{X} = 14) < P(\mathcal{X} = 22)$ ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung. (1 VP), (BAg 327/853).

Aufgabe P 1.8: $_4$) Lösbar nach Klasse 10 (eigentlich Kl. 9), Abs. 142/6.2 (bzw. 312/12.2.2). Für ein Spiel wird ein Behälter mit 100 Kugeln gefüllt. Dafür stehen rote und blaue Kugeln zur Verfügung. Vor jedem Spiel legt der Spieler die Anzahl der blauen Kugeln im Behälter fest. Anschließend wird dem Behälter eine Kugel zufällig entnommen. Ist diese Kugel rot, so wird dem Spieler die festgelegte Anzahl blauer Kugeln in Cent ausgezahlt; ist die Kugel blau, so beträgt die Auszahlung 10 Cent. Ermitteln Sie, wie der Spieler die Anzahl blauer Kugeln für ein Spiel festlegen muss, damit der Erwartungswert der Auszahlung möglichst groß ist. (2.5 VP), (BAg 312/810).



Abi 2022 PT 1 Ag 1

Abi 2022 PT 1 Ag 2 --->



Abi 2022 PT 2 Ag 1

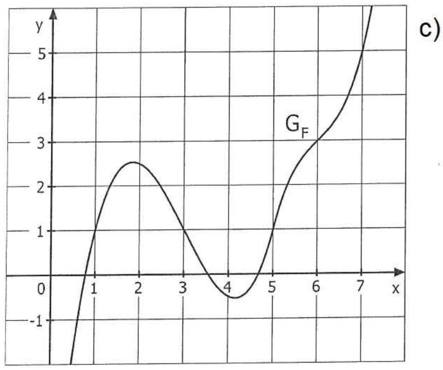


Abb. 543 Aufgaben PT 1.1, PT 2.2, PT 1.2

Aufgabe P 2.1: $_{1-2}$) Nach Abs. 155/6.3 (Kl. 11). Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{0.5x^2}$. Bestimmen Sie den Wert der zweiten Ableitung von f an der Stelle $x_0 = 0$. (2.5 VP), (BAg 158/422).

Aufgabe P 2.2: Nach Abs. 176/7.1.15 (Kl. 11). Abgebildet sind die Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = 4 - 3x^2$ und $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, BAg: 174/482.

a_1) Zeigen Sie, dass sich die beiden Graphen an der Stelle $x_0 = 1$ schneiden. (0.5 VP)

b_2) Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche. (2 VP)

Aufgabe P 2.3: $_3$) Lösbar nach Klasse 10, Abs. 142/6.2. Der Graph G_f der Funktion f besitzt den Tiefpunkt $T(1|-2)$. Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{9}x^3 - 3x$ entsteht, indem G_f um a Einheiten nach rechts und um b Einheiten nach unten verschoben wird. Bestimmen Sie die Werte von a und b. (2.5 VP), (BAg 97/256 und 144/368g).

Aufgabe P 2.4: $_3$) Lösbar nach Klasse 10, Abs. 142/6.2. Die Graphen einer Schar ganzrationaler Funktionen dritten Grades berühren die x-Achse im Punkt $(0|0)$. Jeder Graph der Schar besitzt die Extremstelle $x_0 = -2$. Untersuchen Sie, ob alle Graphen der Schar den Punkt $P(-3|0)$ gemeinsam haben. (2.5 VP), (BAg 95/249 und 152/397).

Aufgabe P 2.5: Nach Abs. 263/10.5. Gegeben sind die Ebene $E: 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12$ und für jedes $a \in \mathbb{R}$ eine Gerade $g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$.

a_{1-2}) Bestimmen Sie den Wert von a, für den die Gerade g_a parallel zu E ist. (1 VP), (BAg 264/743e).

b_2) Für jedes $a \in \mathbb{R}$ ist P_a der Schnittpunkt von g_a mit der x_1x_3-Ebene. Bestimmen Sie den Wert von a, für den P_a in E liegt. (1.5 VP), (BAg 249/679, 255/707e).

Aufgabe P 2.6: Nach Abs. 263/10.5. Gegeben sind die parallelen Geraden
$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$.

a_2) Der Punkt $A(4|-3|0)$ liegt auf g. Weisen Sie nach, dass A derjenige Punkt auf g ist, der vom Punkt $B(0|-1|4)$ den kleinsten Abstand hat. (1 VP), (BAg 264/747b).

b_{2-3}) Die Gerade h ist die Bildgerade von g bei einer Spiegelung an der Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E. (1.5 VP), (BAg 267/759b).

Aufgabe P 2.7: Lösbar nach Klasse 10, Abs. 330/12.3.9. Ein Glücksrad besteht aus einem gelben, einem blauen und einem roten Sektor. Wird das Glücksrad einmal gedreht, erscheint der gelbe Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ und der rote Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

a$_1$) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei zweimaligem Drehen der blaue Sektor zweimal erscheint. (1 VP), (BAg 324/845).

b$_{1-2}$) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment und ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit dem Term $\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3}$ berechnen lässt (1.5 VP), (BAg 326/852 + 312/813).

Aufgabe P 2.8: Lösbar nach Klasse 10, Abs. 330/12.3.9. Gegeben sind die im Folgenden beschriebenen Zufallsgrößen $\mathcal{X}$ und $\mathcal{Y}$:

($\mathcal{X}$) Ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind, wird zweimal geworfen. $\mathcal{X}$ gibt die Summe der dabei gewürfelten Zahlen an.

($\mathcal{Y}$) Aus einem Behälter mit 60 schwarzen und 40 weißen Kugeln wird zwölfmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. $\mathcal{Y}$ gibt die Anzahl der entnommenen schwarzen Kugeln an.

a$_{1-2}$) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit $P(\mathcal{X} = 4)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(\mathcal{X} = 10)$ übereinstimmt. (1 VP), (BAg 324/846).

b$_{2-3}$) Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von $\mathcal{X}$ und $\mathcal{Y}$ werden jeweils durch eines der folgenden Diagramme I, II und III dargestellt (Abb. 929/544). Ordnen Sie $\mathcal{X}$ und $\mathcal{Y}$ jeweils dem passenden Diagramm zu und begründen Sie Ihre Zuordnung. (1.5 VP), (BAg 329/857).

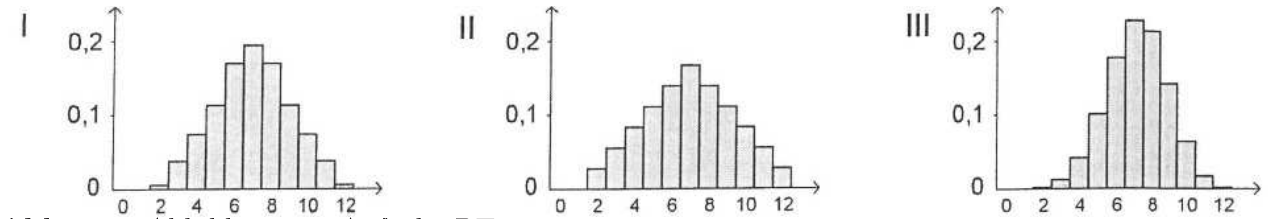


Abb. 544 Abbildung zur Aufgabe PT 2.8

16.6.2 Wahlteil Abitur 2022 Filme: http://Abi22.slt.biz

Aufgabe A 1.1: Ohne den Teil c ist die Aufgabe nach Klasse 10, Abs. 142/6.2 lösbar.
Abb. 930/545 a) zeigt den Graphen G_f der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$.

a$_{1-2}$) Berechnen Sie die Nullstellen von f. (1.5 VP), (BAg 30/61 bzw. 99/261).
Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes W von G_f. (1.5 VP), (BAg 145/372 ab e).
Die Gerade t_1 ist die Tangente an G_f in W. Zeigen Sie, dass $y = -4x + 8$ eine Gleichung von t_1 ist. (1 VP), (BAg 145/373).

b$_{1-2}$) Die Gerade t_2 ist die Tangente an G_f im Ursprung 0. Die Geraden t_1 und t_2 schneiden sich im Punkt Q. Ber. Sie für das Dreieck OWQ die Weite des Innenwinkels bei Q. (2 VP), (BAg 138/346)
Für ein $u > 0$ ist die Tangente an G_f im Punkt $B(u|f(u))$ parallel zu t_2. Bestimmen Sie den Wert von u. (1.5 VP), (BAg 138/344).

c$_2$) Erst nach Abs. 173/7.1.12 bearbeiten.
Die Funktion I_0 mit $I_0(x) = \int_0^x f(t)dt$ besitzt im Intervall $[0; 4]$ ihren maximalen Wert an der Stelle x_0. Geben Sie x_0 an und begründen Sie Ihre Angabe. (1.5 VP), (BAg 151/395).

d$_{2-3}$) Für die Funktion h mit $h(x) = x^3 - 4x$ gilt $f(x) = h(x - 2)$. Erläutern Sie, welche Symmetrieeigenschaft daraus für G_f folgt. (1.5 VP), (BAg 97/256 + 102/275).

e$_4$) Der Graph G_{f^*} entsteht durch Spiegelung des Graphen G_f an der Geraden mit der Gleichung $x = a$. Die Tangente an G_{f^*} im Wendepunkt von G_{f^*} schneidet die y-Achse im Punkt $S(0|16)$. Bestimmen Sie den Wert von a. (2.5 VP), (BAg 98/257).

Aufgabe A 1.2: Nach Klasse 10, Abs. 142/6.2 lösbar. Für jedes $a > 0$ ist die Funktion f_a gegeben durch $f_a(x) = a \cdot \sin(a\pi x)$. Die zugehörigen Graphen werden mit G_a bezeichnet. Der Punkt $H_a\left(\frac{1}{2a}|a\right)$ ist ein Hochpunkt von G_a.

a_{1-2}) Geben Sie die Periode von f_a an. (0.5 VP), (BAg 107/290). Der Punkt H_a bildet mit den beiden von H_a am wenigsten weit entfernten Tiefpunkten von G_a ein Dreieck. Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt dieses Dreiecks unabhängig von a ist. (2 VP), (BAg 87/221 + 146/375).

b_2) Ermitteln Sie den Wert von a, für den H_a vom Ursprung den Abstand 1 hat. (2 VP), (BAg 230/596).

c_2) Bestimmen Sie eine Gleichung der Kurve K, auf der alle Punkte H_a liegen. (1 VP), (BAg 153/401). Auf K gibt es einen Punkt H_a, in dem die Tangente an K parallel zur Geraden mit der Gleichung $y = -2x$ ist. Bestimmen Sie den Wert von a. (1.5 VP), (BAg 138/344).

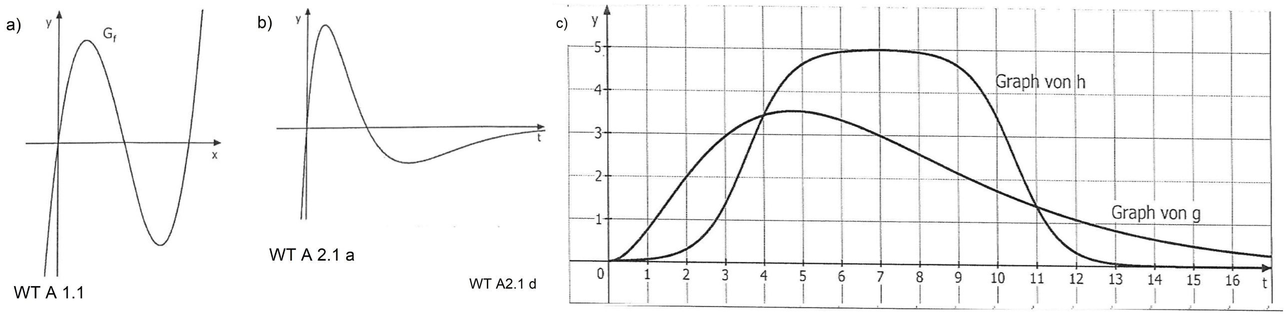


Abb. 545 Abbildung zum Wahlteil Analysis 2022 Aufgabe A 1.1 und A 2.1

Aufgabe A 2.1: Erst nach Abs. 173/7.1.12 bearbeiten. Abb. 930/545b zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(t) = (2t - t^2) \cdot e^{2-t}$,die für $0 < t \leq 10$ die momentane Anderungsrate des Wasservolumens in einem Becken beschreibt (t in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $f(t)$ in $\frac{m^3}{h}$) (BAg 162/434).

a_{1-2}) Geben Sie die momentane Änderungsrate des Wasservolumens eine Stunde nach Beobachtungsbeginn an. (0.5 VP)
Begründen Sie, dass das Wasservolumen in den ersten beiden Stunden nach Beobachtungsbeginn niemals abnimmt. (1.5 VP), (BAg 158/423e).
Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens besitzt ein Minimum. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem dieses Minimum angenommen wird. (2.5 VP), (BAg 158/423), (Teilerg. $t_{min} = 2+\sqrt{2}$).

b_{2-3}) Die Funktion F mit $F(t) = t^2 \cdot e^{2-t}$ ist eine Stammfunktion von f. Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn enthält das Becken 6 m^3 Wasser. Ermitteln Sie das Wasservolumen, das sich zu Beobachtungsbeginn im Becken befand. (1.5 VP), (BAg 171/469).
Es gibt einen 45-Minuten-Zeitraum, in welchem das Wasservolumen um genau 1 m^3 zunimmt. Geben Sie eine Gleichung an, deren Lösung den Beginn dieses Zeitraums darstellt. (1 VP), (BAg 177/496).

c_4) Über eine Schaltuhr kann ein Zeitpunkt t_0 gewählt werden, so dass die momentane Änderungsrate des Wasservolumens nur bis t_0 durch die Funktion f beschrieben wird und danach konstant auf dem Wert $f(t_0)$ bleibt. Zeigen Sie, dass t_0 nicht so gewählt werden kann, dass das Becken sieben Stunden nach Beobachtungsbeginn leer ist. (2 VP)

d_2) Für ein anderes Becken beschreiben die Funktion g die momentane Zuflussrate und die Funktion h die momentane Abflussrate des Wassers in Abhängigkeit von der Zeit t ($0 < t < 17$, t in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $g(t)$ und $h(t)$ in Kubikmeter pro Stunde). Abb. 930/545c zeigt die Graphen der beiden Funktionen g und h. (BAg 117/324).
Geben Sie den Zeitraum an, in dem das Wasservolumen in diesem Becken abnimmt. (0.5 VP)
Das abfließende Wasser wird in einem quaderförmigen Tank mit der Grundfläche $12m^2$ gesammelt. Dieser ist zu Beginn leer. Untersuchen Sie, ob das Wasser im Tank höher als 5 m steigt. (2 VP)
Entscheiden Sie, ob das Becken zu Beginn leer war, und begründen Sie Ihre Entscheidung. (1.5 VP)

Aufgabe A 2.2: Nach Abs. 113/5.5. Für jede reelle Zahl $a \neq 0$ ist eine Funktion k_a gegeben durch $k_a(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2}$. G_a ist der Graph von k_a, (BAg 117/322).

a_2) Geben Sie Gleichungen der Asymptoten des Graphen G_a an. (1 VP), (BAg 114/310 + 311) Weisen Sie nach, dass für die Ableitung k_a' von k_a gilt: $ka'(x) = \frac{2a-x}{x^3}$. (1.5 VP), (BAg 159/430). Zeigen Sie, dass jeder Graph G_a genau einen Extrempunkt besitzt, und untersuchen Sie, für welche Werte von a ein Hochpunkt vorliegt. (2.5 VP), (BAg 159/431).

b_2) Jeder Graph G_a besitzt einen Punkt P_a mit der folgenden Eigenschaft: Die Tangente im Punkt P_a an G_a verläuft durch den Ursprung. Bestimmen Sie die x-Koordinate von P_a. (2 VP), (BAg 139/348).

Aufgabe B 1: Nach Abs. 263/10.5. Für $k \in \mathbb{R}$ mit $0 < k \leq 6$ werden die Pyramiden $ABCD_k$ mit $A(0|0|0)$, $B(4|0|0)$, $C(0|4|0)$ und $D_k(0|0|k)$ betrachtet (vgl. Abb. 931/546 1). a_1) Begründen Sie, dass das Dreieck BCD_k gleichschenklig ist. (1 VP), (BAg 253/696).

Der Mittelpunkt der Strecke BC ist $M(2|2|0)$. $\overrightarrow{MD_k} = \left|\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ k \end{pmatrix}\right|$ ist die Länge einer Höhe des Dreiecks BCD_k. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks BCD_k. (1VP), (BAg 260/731).

Für jeden Wert von k liegt die Seitenfläche BCD_k in der Ebene $L_k : kx_1 + kx_2 + 4x_3 = 4k$.

b_2) Ermitteln Sie denjenigen Wert von k, für den die Größe des Winkels, unter dem die x_3-Achse die Ebene L_k schneidet, 30° beträgt. (2.5 VP), (BAg 264/742).

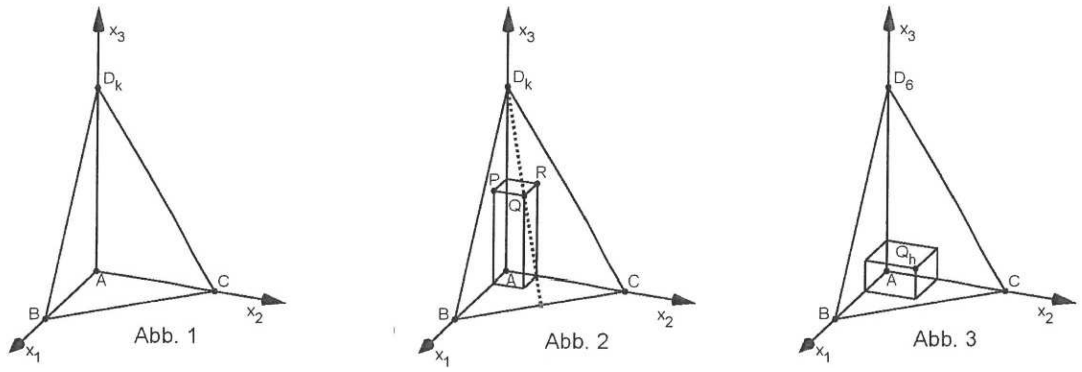


Abb. 546 Abbildung zum Wahlteil Geometrie 2022 Aufgabe B1

c) $_{1-2}$) Zusätzlich zu den Pyramiden wird der in der Abb. 931/546 2 gezeigte Quader betrachtet. Die Punkte A und $Q(1|1|3)$ sind Eckpunkte des Quaders, die Seitenflächen des Quaders sind parallel zu den Koordinatenebenen. Für $k = 6$ enthält die Seitenfläche BCD_k der Pyramide den Eckpunkt Q des Quaders. Für kleinere Werte von k schneidet die Seitenfläche BCD_k den Quader in einem Vieleck. Für einen Wert von k verläuft die Seitenfläche BCD_k durch die Eckpunkte P und R des Quaders. Bestimmen Sie diesen Wert von k. Teilergebnis: $k = 4$, (1.5 VP), (BAg 255/707).
$_4$) Geben Sie in Abhängigkeit von k die Anzahl der Eckpunkte des Vielecks an, in dem die Seitenfläche BCD_k den Quader schneidet. (2 VP)

d_3) Nun wird die Pyramide $ABCD_6$, d.h. diejenige für $k = 6$, betrachtet. Dieser Pyramide werden Quader einbeschrieben (vgl. Abb. 931/546 3). Die Grundflächen der Quader liegen in der x_1x_2-Ebene, haben den Eckpunkt A gemeinsam und sind quadratisch. Die Höhe h der Quader durchläuft alle reellen Werte mit $0 < h < 6$. Für jeden Wert von h liegt der Eckpunkt Q_h in der Seitenfläche BCD_6 der Pyramide. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts Q_h. (2 VP)

Aufgabe B 2: Nach Abs. 263/10.5. Gegeben sind die Geradenschar
$g_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$ und die Gerade $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$.

a_{1-2}) Beschreiben Sie die besondere Lage der Gerade h im Koordinatensystem. (0.5 VP), (BAg 257/717). Zeigen Sie, dass die Gerade h zur Schar g_a gehört. (1 VP), (BAg 248/678).
Alle Geraden der Schar g_a liegen in einer Ebene E. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E. (2 VP), (BAg 265/753 d), (Teilergebnis: $E : x_2 + 3x_3 = -6$).

b_{2-3}) Bestimmen Sie denjenigen Wert von a, für den Q_a die x_2-Achse schneidet. (1.5 VP), (BAg 257/717). Es gibt zwei Geraden der Schar g_a , die die Gerade h im Winkel 45° schneiden. Ermitteln Sie die zugehörigen Werte von a. (2.5 VP), (BAg 263/740).

c_{3-4}) Bestimmen Sie eine Gleichung einer Gerade, die von allen Geraden der Schar Q_a den Abstand $\sqrt{40}$ besitzt und zu allen Geraden der Schar Q_a windschief verläuft. (2.5 VP), (BAg 250/685+267/757)

Aufgabe C 1: Nach Abs. 342/13.2. Ein Onlineshop bietet Patronen mit schwarzer Tinte und Patronen mit farbiger Tinte an.
a_1) (Schon mit Stoff Klasse 10 lösbar). Erfahrungsgemäß beträgt der Verkaufsanteil der Patronen mit schwarzer Tinte 65 %. Betrachtet wird eine zufällige Auswahl von 100 verkauften Patronen. Es wird davon ausgegangen, dass dabei die Anzahl der Patronen mit schwarzer Tinte binomialverteilt ist. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: 'Genau 66 der verkauften Patronen sind mit schwarzer Tinte gefüllt.' (0.5 VP), (BAg 326/852).
B: 'Die Anzahl der verkauften Patronen mit schwarzer Tinte weicht um mehr als 10 % vom Erwartungswert dieser Anzahl ab.' (1.5 VP), (BAg 328/856).

b_2) Im Folgenden werden nur Patronen betrachtet, die mit schwarzer Tinte gefüllt sind. Die Füllmenge einer solchen Patrone wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert 8 ml und der Standardabweichung 0.04 ml angenommen. Eines der beiden Schaubilder aus Abb. 932/547 zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.

Geben Sie die Abbildung an, die den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion nicht zeigt, und begründen Sie Ihre Angabe. (1 VP), (BAg 346/909).
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Patrone weniger als 7.95 ml Tinte enthält. (0.5 VP), (BAg 347/911).

Betrachtet wird das Ereignis, das eine zufällig ausgewählte Patrone zwischen 7.98 ml und 8.04 ml Tinte enthält. Geben Sie ein anderes Ereignis im Sachzusammenhang an, welches exakt dieselbe Wahrscheinlichkeit hat. (1 VP), (BAg 347/911)
$_{2-3}$) Bestimmen Sie das kleinste Intervall $[a; b]$, so dass die Füllmenge einer zufällig ausgewählten Patrone mit einer Wahrscheinlichkeit von 92% in $[a; b]$ liegt. (2 VP), (BAg 345/908).

c_{2-3}) Betrachtet wird die für $x \geq 0$ definierte Funktion f mit $f(x) = 0.25.e^{-0.25x}$. Weisen Sie nach, dass f eine Dichtefunktion über ihrem Definitionsbereich ist. (2 VP), (BAg 344/903j + 905d).
Die Zeitdauer in Stunden zwischen dem Eingang einer Bestellung im Onlineshop und dem Versand der Ware kann modellhaft durch eine stetige Zufallsgröße mit der Dichtefunktion f beschrieben werden. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% wird eine Ware innerhalb von t Stunden nach Eingang der Bestellung versandt. Bestimmen Sie den Wert von t. (1.5 VP), (BAg 344/903).

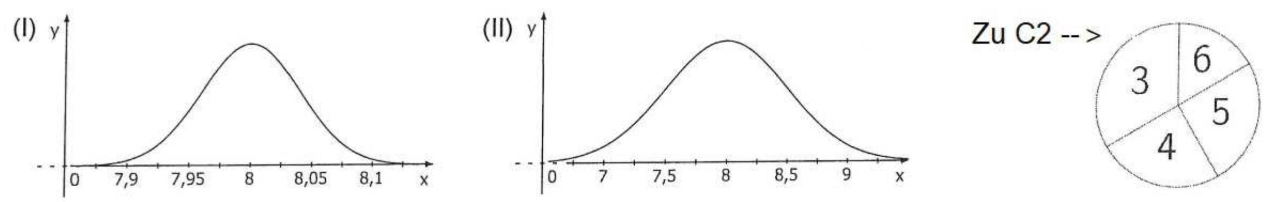


Abb. 547 Abbildung zu den Aufgaben C1 und C2

Aufgabe C 2: Teile a+b lösbar nach Kl. 10. Beim einmaligen Drehen des abgebildeten Glücksrads erhält man eine von vier möglichen Punktzahlen. Die Tabelle gibt für jede Pktzahl die zugehörige Wahrscheinlichkeit an.

Punktzahl	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

a_{1-2}) Zehn Personen drehen das Glücksrad jeweils einmal. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: 'Genau zwei Personen erzielen jeweils die Punktzahl 4.' (0.5 VP), (BAg 326/852).
B: 'Mindestens drei Personen erzielen jeweils eine Punktzahl, die kleiner als 5 ist.' (1.5 VP), (BAg 327/853).
C: 'Die Summe der erzielten Punktzahlen aller zehn Personen ist höchstens 31.' (2 VP), (BAg 326/852).

b) Mehrere Spieler verwenden das Glücksrad bei einem Spiel mit folgenden Regeln:

(I) Jeder Spieler dreht das Glücksrad einmal.
(II) Der Spieler mit der größten erzielten Punktzahl gewinnt.
(III) Erzielen mehrere Spieler diese größte Punktzahl, so gewinnt derjenige von ihnen, der als letzter gedreht hat.

$_{1-2}$) Achim ist der erste Spieler und erzielt die Punktzahl 5. Beschreiben Sie, bei welchem weiteren Spielverlauf Achim gewinnt. (1 VP)
$_{2-3}$) Die Wahrscheinlichkeit, dass Achim das Spiel gewinnt, ist kleiner als 2%. Bestimmen Sie die Mindestanzahl der Spieler. (2 VP), (BAg 319/827).

c$_{2-3}$) Nach Abs 335/13.1: Ein Spieler vermutet, dass die Wahrscheinlichkeit für die Punktzahl 3 bei dem vorliegenden Glücksrad nicht $\frac{1}{3}$ ist. Daher soll ein einseitiger Hypothesentest mit einer Stichprobe von 100 Drehungen auf einem Signifikanzniveau von 5% durchgeführt werden. Dabei soll möglichst vermieden werden, dass irrtümlich von einer zu hohen Wahrscheinlichkeit für die Punktzahl 3 ausgegangen wird. Der Spieler entscheidet sich für die folgende Nullhypothese: 'Die Wahrscheinlichkeit für die Punktzahl 3 beträgt höchstens $\frac{1}{3}$.' Beurteilen Sie, ob dieser Test der genannten Zielsetzung entspricht. (1 VP), (BAg 337/879).

Formulieren Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang. Beim durchgeführten Test ergibt sich der Ablehnungsbereich $A = \{42, ..., 100\}$. (1 VP), (BAg 340/889).

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art unter der Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit für die Punktzahl 3 tatsächlich 40% beträgt. (1 VP), (BAg 340/890).

16.6.3 Pflichtteil Abitur 2021, Aufgabensätze 1+2 (jede Aufgabe ergibt 2.5 VP)

Aufgabe 1.1: Erst nach Abs. 161/6.3.9 aus Kl. 11 bearbeiten. (Basisaufgabe: (BAg:) 138/343)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-2x+1} + 1$. Abbildung 933/548b zeigt den Graphen G_f sowie die Tangente an G_f an der Stelle $x = \frac{1}{2}$.

a$_1$) (1 VP) Weisen Sie nach, dass diese Tangente an G_f die Steigung -2 hat.

b$_2$) (1.5 VP) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das diese Tangente mit den Koordinatenachsen einschließt.

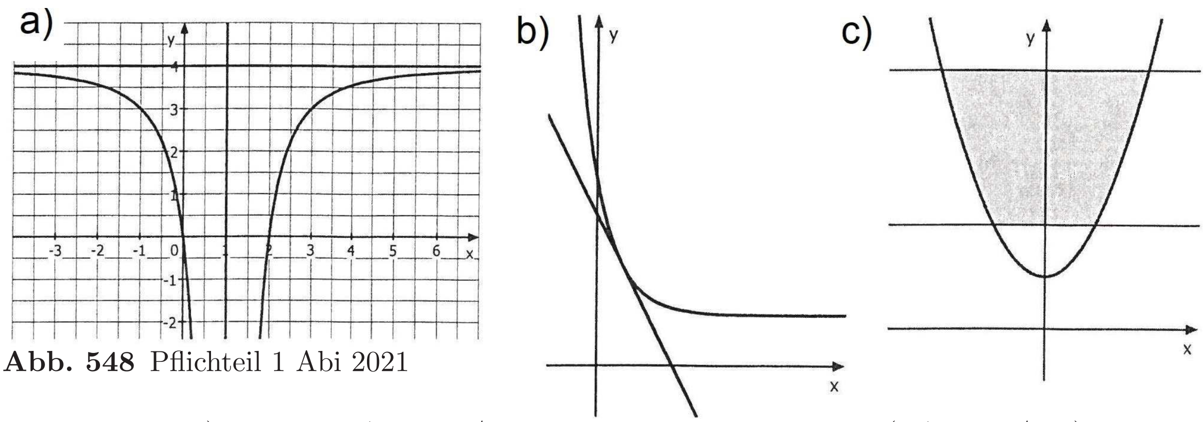


Abb. 548 Pflichtteil 1 Abi 2021

Aufgabe 1.2: $_2$) Erst nach Abs. 176/7.1.15 aus Kl. 11 bearbeiten. (BAg: 174/482)

Abb. 933/548c zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 1 + x^2$ sowie die Geraden $g : y = 2$ und $h : y = 5$. Bestimmen Sie den Inhalt der markierten Fläche.

Aufgabe 1.3: Erst nach Abs. 113/5.5 aus Kl. 11 bearbeiten. (BAg: 115/316; nur LK)

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = a + \frac{b}{x^2+c}$ und $g(x) = a + \frac{b}{(x+c)^2}$. Abb. 933/548a zeigt die Graphen einer der beiden Funktionen sowie seiner Asymptoten.