Klausur : *Mathe*

Duale Hochschule
Baden-Württemberg
Stuttgart

Datum: 03.08.2018

Studienbereich:	Technik	**Studienjahrgang:**	2017
Studiengang:	Wirtschaftsingenieurwesen	**Studienhalbjahr:**	1. Hj
Kurs:	**TFM2017**	**Bearbeitungszeit:**	90 min
Dozent:	Schmid / Wiederholungsklausur		

Hilfsmittel: (zulässige sind angekreuzt X)

- ☒ Taschenrechner (DHBW Ausgabe) ☐ programmierbarer Taschenrechner
- ☐ ausgeteilte Vorlesungsunterlagen
- ☐ ausgeteilte Übungsaufgaben incl. Lösungen
- ☐ ausgeteilte Formelsammlung (**an Klausur angehängt**)
- ☐ Klausuraufgaben und Lösungen früherer Jahre
- ☐ Lehrbücher, Aufgaben-, Formelsammlungen etc. (bitte explizit benennen)
- ☐ eigene handschriftl. Ergänzungen (original) zu den Vorlesungsunterlagen
- ☐ kopierte Zusammenfassungen, Gliederungen u.ä.
- ☒ Sonstige Hilfsmittel – siehe Seite 2

- ☐ alle Hilfsmittel **außer Handy, Laptop, PDA oder ähnliches**
- ☐ **Keine der genannten Hilfsmittel**

Matrikel Nummer: ....

Es werden nur Klausuren mit korrekter Matrikelnummer bewertet !

Allgemeine Hinweise:
Bitte versehen Sie alle Aufgaben- Lösungs- und Extrablätter mit Ihrer **Matrikelnummer.**

Weitere Hinweise:

- Bitte lesen Sie die Aufgaben zuerst in Ruhe durch.
- Geben Sie bei Berechnungen bitte stets den vollständigen Lösungsweg und die Einheiten an.
- Versuchen Sie in Ihrem eigenen Interesse sauber zu schreiben und zu zeichnen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Summe
Max. Punkte												
Erreichte Punkte												

Bewertung: Punkte: ……… von: ……. Signum: ……..............

Hilfsmittel:

Die Formelsammlung ‚Papula', ein nicht programmierbarer Taschenrechner (dieser wurde vom Institut gestellt. Erlaubt sind auch :

Casio fx-82DE Plus, fx-82ES, fx-82MS, fx-85DE Plus, fx-85 GT Plus, fx-85ES, fx-85MS,

fx-85WA, FX-87DE Plus, FX-87DEX und fx-115MS, sowie

Texas TI-30XIIS, TI- 30X Pro und TI-36XII,

Vier eigenhändig beschriebene DIN A4 Blätter (Kopien sind nicht zugelassen).

Aufgabe 1: (Differenzialrechnung – 20 P)

a) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (1 - 2x)^3 \cdot \sqrt{2x+1}$.

b) Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion g mit $g(x) = \dfrac{2x+1}{2x-1}$. Vereinfachen Sie.

c) Berechnen Sie $\lim_{x \to 1} \dfrac{x - \cos(\pi x)}{2x-2}$

d) Berechnen Sie die Stellen (x-Werte) der Punkte mit waagrechter Tangente der implizit gegebenen Kurve $(3x – 6)^2 + (y – 2)^2 = 4$. Berechnen Sie dann die y-Werte der Punkte.

Aufgabe 2 (Integralrechnung – 20 P)

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale

a) $\int \left(x^2 - \cos(0.5x)\right) \cdot dx$;

b) $\int x \cdot \sin(3x)dx$; (Partielle Integration)

c) $\int \dfrac{\sin(x)}{e^{1-\cos(x)}} dx$; (Substitution)

d) $\int \ln(x^2)dx$;

Aufgabe 3: (Komplexe Zahlen – 20 P)

a) Wandeln Sie $z = -125$ in Polarkoordinaten um.

b) Berechnen Sie alle komplexen Zahlen z, für die gilt $e^z = -125$.

c) Berechnen Sie alle komplexen Zahlen z, für die gilt $z^3 = -125$.

d) Geben Sie $(1+i)^{-2}$ in der Form a+bi an.

Aufgabe 4: (Matrizen und LGS – 15 P)

a) Berechnen Sie die Determinante von $\underline{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

b) Gegeben sei die Matrix $\underline{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ und der Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Lösungsmenge des LGS $\underline{B} \cdot \vec{x} = \vec{b}$.

c) Berechnen Sie $Rang(\underline{A})$ und $Rang(\underline{B})$

Aufgabe 5: (Vektoren – 25 P)

Gegeben sind der Punkt $P(-2|3|0)$ und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie den Abstand von P zu g.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten zweier Punkte, die vom Ursprung jeweils doppelt so weit entfernt sind wie von P.

c) Die Ebene E geht durch die Punkte A(1,5|0|0) , B(0|3|0) und C(0|0|6). Berechnen Sie eine Koordinatenform dieser Ebene.

d) Untersuchen Sie, ob die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$; t reell, parallel zur Ebene E verläuft.

e) Berechnen Sie die Schnittgerade der Ebenen G: y+z=4 und H: x+y+2z=4.
Welche spezielle Lage hat die Ebenen G im Koordinatensystem?

Nachklausur WS 2018 Seite 1

Aufgabe 1a $f' = -6(1-2x)^2\sqrt{2x+1} + (1-2x)^3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$

(b) $g' = \left(\frac{2x-1+2}{2x-1}\right)' = \left(1+\frac{2}{2x-1}\right)' = -2(2x-1)^{-2}\cdot 2$

(c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\cos\pi x}{2x-2} = \text{'}\frac{2}{0}\text{'}$ nicht definiert

(d) $\left((3x-6)^2+(y-2)^2=4\right)'_x$

$6(3x-6)+2y'(y-2)=0$ Waagr tg $\Leftrightarrow y'=0$

$3x-6=0 \Leftrightarrow x=2$ in Implizite Fkt:

$0+(y-2)^2=4 \Leftrightarrow y=0$ oder $y=4$

$\Rightarrow$ (2|0) und (2|4) [die Kurve ist eine Ellipse um (2|2) mit den Halbachsen $a=\frac{3}{2}$? $b=2$]

Aufgabe 2a $\int\left(x^2-\cos 0.5x\right)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{\sin 0.5x}{0.5}$ (+C)

(b) $\int x\sin 3x\,dx = x\cdot\left(\frac{-\cos 3x}{3}\right) - \int\frac{-\cos 3x}{3} = -\frac{x\cos 3x}{3}+\frac{\sin 3x}{9}$ (+C)

$\int u\,v'$ $\quad uv \quad -\int u'v$

(c) $\int\frac{\sin x}{e^{1-\cos x}}\,dx \qquad g=1-\cos x \quad g'=\sin x$

$=\int\frac{g'}{e^{g}}\,dg = \int e^{-g}\,dg = -e^{-g} = -e^{1-\cos x}$ (+C)

(d) $\int \ln x^2\,dx = 2\int \ln x\,dx = 2(x\ln x - x)$ (+C)

Aufgabe 3 a $z = -125 = 125 \cdot e^{i\pi}$

3b $z = \ln 125 + i(\pi + 2k\pi)$

c $z_i = 5 \cdot e^{i\frac{\pi + 2k\pi}{3}}$

$z_0 = 5e^{i\frac{\pi}{3}}$ $z_1 = 5e^{i\pi}$ $z_2 = 5e^{i\frac{5\pi}{3}}$

d $\frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1^2+2i+i^2} = \frac{1 \cdot i}{2i \cdot i} = \frac{-i}{2}$

Aufgabe 4 a

$$\det\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} = -3\det\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 9$$

b
I $2x_2 + x_3 + 4x_4 = 2$
II $2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 2$
III $x_4 - x_5 = 0$

III + II = I $\Rightarrow$ eine Gleichung ist überflüssig hier (II)

Sei $x_1 = a,\ x_3 = b,\ x_5 = c \Rightarrow x_4 = x_5 = c$

$x_2 = 1 - \frac{x_3}{2} - 2x_4 = 1 - \frac{b}{2} - 2c$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ 1 - \frac{b}{2} - 2c \\ b \\ c \\ c \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ -1/2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c Rang A = 4 (Vollrang wg $\det(A) \neq 0$)

Rang B = 5U − 3 Param = 2 (resultierende Gln

Aufgabe 5 a

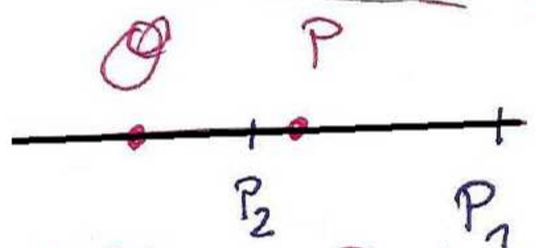
$\mathcal{L}: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2$

$\mathcal{L} \cap g \quad 2(3+2t)+2(9+2t)+3(4+3t) = 2$

$6+4t+18+4t+12+9t = 2$

$L(-1|5|-2) \quad |\overrightarrow{PL}| = \left|\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}\right| = 3$

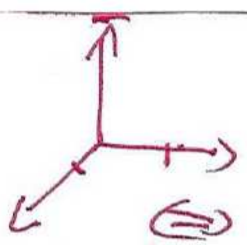
(b)



$\vec{x} = t\begin{pmatrix}-2\\3\\0\end{pmatrix} \quad P_1: t = 2 \quad P_2: t = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow P(-4|6|0) \quad P_2(-4/3|2|0)$

(c)



$\frac{x_1}{1.5} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{6} = 1$

$\Leftrightarrow 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

(d) $\begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-2\\3\\2\end{pmatrix} = -8+6+2 = 0 \quad (-4|2|3) \notin E$

$\Rightarrow$ (echt) parallel

(e) Sei $z = t$ | $y = 4-t$ | $x = 4-(4-t)-2t = -t$

$\vec{x} = \begin{pmatrix}t\\4-t\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$ G ist parallel zu x Achse